DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Dr. Tülay Korkusuz Polat
Hande Sarı

İKSAD Publishing House

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Dr. Tülay Korkusuz Polat

Hande Sarı

İKSAD
Publishing House

(The Licence Number of Publicator: 2014/31220)
TURKEY TR: +90 342 606 06 75
USA: +1 631 685 0 853
E mail: iksadyayinevi@gmail.com
www.iksad.net

It is responsibility of the author to abide by the publishing ethics rules.

Iksad Publications – 2019©
ISBN: 978-625-7954-12-9
Cover Design: İbrahim Kaya
December / 2019
Ankara / Turkey
Size = 16 x 24 cm

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

BÖLÜM 1

GENEL KAVRAMLAR

Sakız üretimi yapan bir işletmede miktar ve kar analizi yapabilmek için bulanık doğrusal programlama tekniğinin kullanıldığı bu çalışmada öncelikle üretim planlama, doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama teknikleri ile ilgili tanımlardan ve teknikler ile yapılan diğer çalışmalardan bahsedilecektir.

1.1. Üretim Planlama

Üretim; işletmelerde bir dizi girdinin gerekli kalite düzeyine sahip gerekli çıktılara (ürünlere) dönüştürülmesi ile ilgilenen önemli bir süreçtir. Üretim, ürünün kullanıcıya faydasını yaratmak veya arttırmak için girdilerin anlamlı çıktılara dönüştürülmesi (kimyasal veya mekanik işlem yoluyla bir malzeme formunun başka bir forma adım adım dönüştürülmesi) olarak anlaşılabilir. Dolayısıyla üretim bir katma değer sürecidir.

Üretim Planlama herhangi bir imalat firmasının can damarıdır. Müşteriyi memnun etmek ve tedarikçileri yönetmek arasında hassas bir dengeyi bulmayı gerektirir. Bir şirket dinamik bir iş modeline sahip olabilir ve üretim sistemi tahminler söz konusu olduğunda pazarın / müşterilerin taleplerinin dikkatli bir analizinin yapılması gerektiğinde gereksiz süreçlerde saat ve zaman harcayabilir. Bu zaman kaybını ortadan kaldırabilmek ve rekabetçi dönemde kazanmak, bir imalat firmasının neyi, nasıl, ne zaman, nerede ve ne kadar üreteceğini bilme yeteneğinde yatar.

Herhangi bir imalat işletmesinde, üretim bölümünün temel amacı, istenen zamanda istenilen miktarda üretim yapmaktır, böylece ürünü son kullanıcılar talep ettiklerinde kullanılabilir hale getirmiş olurlar. Üretim, çok karmaşık bir süreçtir ve yönetilmesi oldukça zordur. Üretim süreci, çıktının etkili üretimi için uygun ve planlı olarak yapılması gereken çok sayıda faaliyet ve işlemi içerir. Üretim planlamanın temel amacı, malzemelerin, işçilerin ve makinelerin optimum kullanımını sağlayacak işler için güzergahlar ve çizelgeler oluşturmak ve tesisin bu planlara göre çalışmasını sağlamak için araçlar sağlamaktır.

Üretim planlama konusunda yapılmış akademik/bilimsel çalışmalar oldukça fazladır. Jodlbauer ve Strasser (2019), makalelerinde, tüketime dayalı kalemleri de içeren ve planlı siparişler üretilirken kapasite planlamasını ele alan bir üretim planlama yaklaşımı tanıtmaktadır. Önerdikleri çerçeve üç adımdan oluşmaktadır: taslak iş listesi oluşturma, kapasite güdümlü ileri planlama ve satınalma siparişi oluşturma.

Demir dışı metal üreticileri, küresel çok tesisli ağlardaki planlama ve üretim süreçlerinin yüksek karmaşıklığı nedeniyle genellikle çok sayıda planlama alternatifiyle karşı karşıyadır. Siemon ve arkadaşları (2020), genelleştirilmiş bir entegre satın alma ve üretim planlama modeli geliştirdikleri çalışmalarında bakır üretim ağı için endüstriyel bir vaka çalışması da yapmışlardır.

Santander ve arkadaşları (2019) çalışmalarında, planlanan ve gerçekleşen kâr arasında önemli bir boşluk oluşturabilecek bir üretim planının uygulanması üzerinde kontrol kararlarının güçlü bir “kelebek” etkisi olabileceği pratik gözlemiyle motive edilen üretim planlaması ve süreç kontrolü etkileşimini ele almaktadır. Bu sorunu hem planlama hem de kontrol problemlerinde süreç serbestlik derecelerini karar değişkenleri olarak paylaşma pratiğinde izlemişlerdir. Araştırmacılar, verimli bir şekilde çözülebilen karma tamsayılı doğrusal bir program elde etmek için doğrusallaştırdıkları üstel bir öğrenme eğrisi yoluyla çalışan atama kararlarının üretime etkisini ölçen ilgili üretim planlama probleminin iki aşamalı stokastik bir programlama modelini sunmaktadırlar.

Cavagnini ve arkadaşları (2019) çalışmalarında, bir kuruluşun görevlendirme, çapraz eğitim ve uygulama ile ilgili üretim faaliyetlerini nasıl planlaması gerektiğine ilişkin taktikler ve yönetimsel anlayışlar elde etmek için hesaplama ve istatistiksel analiz gerçekleştirmişlerdir. Sonuçlar, öğrenme oranlarındaki belirsizliğin açıkça tanınmasının maliyetleri düşüreceğini ve atama kararlarıyla uğraşırken göz önünde bulundurulması gereken başlıca faktörün ortalama öğrenme oranı olduğunu göstermektedir. Öte yandan çalışmada, kararları çaprazlama ve uygulama ile uğraşırken, öğrenme oranında daha fazla değişim olduğunu da göstermektedir. Araştırmacılar ayrıca, üretkenlik eğrisindeki stokastik unutma oranlarını açık bir şekilde ele almanın etkisini de değerlendirerek optimum atama programında işçilerin daha fazla pratik yaptığını ve her zaman uzmanlaştığını tespit etmişlerdir.

Yaghin (2019) makalesinde, ayrı/sıralı kararların neden olduğu alt-optimallikten kaçınmak için sipariş tercihlerini içeren çok dönemli, çok ürünlü, çok tesisli, çok satışlı bir kanal üretim planlama problemi için entegre iki aşamalı tedarik zinciri sunmuştur: üretim ve pazarlama/perakende zinciri. Her müşteri talep sınıfı fiyat, pazarlama harcamaları ve müşterinin ödeme istekliliğini içeren ürün kalitesinden etkilenir. Ayrıca, müşterilerin alt pazarlar arasında göç etmesi, kusurlu segmentasyon nedeniyle pazar bölümlü ortamda dikkate alınır. Çalışmada, tedarik zincirinin toplam kârı maksimize ederek ortak fiyat farklılaştırması ve çok tesisli toplam üretim planlama kararları meselesini formüle etmek için geometrik bir programlama modeli geliştirilmektedir.

Xue ve Offodile (2020) makalelerinde, dinamik hücre oluşumu ve hiyerarşik üretim planlamasını entegre eden doğrusal olmayan bir karma tam sayı programlama modeli sunmaktadır. Modelde, dinamik hücre oluşumu sorunu, hiyerarşik üretim planlama modeli tarafından belirlenen farklı dönemlerde değişen üretim miktarları ile makine hücrelerinin yeniden yapılandırılmasını optimize eder. Entegre bir model olarak formüle edilen hiyerarşik üretim planlama problemi, planlama ufkundaki tahmin taleplerini karşılayan ve dinamik hücre imalat sistemleri modeli aracılığıyla oluşturulan makine hücrelerinin kapasite sınırlamaları ile en uygun üretim planlarını belirler.

Uluçam (2010) çalışmasında, maliyetleri düşürürken kazancı maksimum edecek bir üretim planlama problemini karma tamsayılı doğrusal programlama tekniği ile çözmüştür. Hedef programlama tekniğini kullanan Gülenç ve Karabulut (2005) ise tekniği Brisa’da yaptıkları uygulama çalışmalarında, aylık üretim döneminde üretilmesi gereken lastik miktarını bulmak için kullanmışlardır. Arslankaya ve Çalık (2016) çalışmalarında, bir imalat firmasında üretim proseslerinin optimizasyonunu yapmışlardır.

1.2. Klasik Doğrusal Programlama

İşletme ve mühendislik araştırmaları ve bilgisayar teknolojisindeki ilerlemeler, yöneticilerin matematiksel modelleri kullanımını genişletmiştir. Model, önemsiz ayrıntılar olmadan bir nesnenin, sistemin veya sorunun temel özelliklerini temsil eder. Bu özellikteki modeller, değişkenler, parametreler ve fonksiyonlar kullanılarak matematiksel formda temsil edilen önemli yönlere sahiptir. Modeli analiz etmek ve manipüle etmek, gerçek sistemin çeşitli koşullar altında nasıl davrandığı hakkında fikir verir. Böylece en iyi sistem tasarımı belirlenebilir. Matematiksel modeller, gerçek sistemleri inşa etmekten ve manipüle etmekten daha ucuz, daha hızlı ve daha güvenlidir. Maliyetin en aza indirilmek istenmesi durumunda farklı kombinasyonlar denenebilir, kalite kontrol edilebilir ve maliyet hesaplanabilir. Tüm olası kombinasyonlar denenemediğinden, optimum kombinasyon muhtemelen bulunmayacaktır. Alternatif olarak, bir matematiksel model kullanarak, ürün özelliklerini en düşük fiyata karşılayanı bulmak için tüm olası kombinasyonları değerlendiririz. Matematiksel modelleme, deneme yanılma yaklaşımını kullanmaktan daha hızlı ve daha ucuzdur

Yöneylem araştırması alanında sıklıkla kullanılan karar verme tekniklerinden biri olan matematiksel modellerden birisi de klasik doğrusal programlamadır.

Doğrusal programlama, lineer denklemler ve eşitsizlikler kullanılarak ifade edilebilecek problemlere optimum çözümler bulmak için matematiksel bir tekniktir. Gerçek dünyadaki bir problem doğrusal bir programın matematiksel denklemleri ile doğru bir şekilde temsil edilebilirse, yöntem problemin en iyi çözümünü bulacaktır. Tabii ki, birkaç karmaşık gerçek dünya problemi bir dizi doğrusal fonksiyon açısından mükemmel bir şekilde ifade edilebilir. Bununla birlikte, doğrusal programlar birçok gerçek dünya probleminin makul gerçekçi temsillerini sağlayabilir - özellikle problemin matematiksel formülasyonunda biraz yaratıcılık uygulanırsa.

Doğrusal programlama, belirli kısıtları karşılayacak şekilde mevcut kaynakların olabilecek en iyi seviyede dağıtılmasını sağlayacak çözüm tekniğidir. Malzeme, teçhizat ve insan gibi sınırlı kaynakların bir araya getirileceği karar verme problemlerinde, kar ve maliyet gibi sayısal değerleri maksimum veya minimum yapacak şekilde kıt kaynakların paylaştırılması amacını taşımaktadır. Bir sistemin bileşenlerine simgelerin atanarak, bu bileşenlerin birbirleri ile ilişkilerinin fonksiyonlarla gösterimleri matematiksel model, sistem yöneticisinin kontrolü altında bulunan değişkenler karar değişkeni, bu değişkenlere hangi değerlerin verilmesi gerektiğini belirlemek amacıyla kullanılan matematiksel modeller karar modeli olarak tanımlanmaktadır. Doğrusal programlama karar modeli, doğrusal eşitlik ve eşitsizliklerden oluşan kısıtlayıcı fonksiyonlar ile amaç fonksiyonu içeren bir matematiksel modeldir (Gürbüz ve Cömert, 2010).

Doğrusal Programlama, yöneticilerin kaynak tahsislerine göre planlama ve karar vermede yardımcı olması için tasarlanmış yaygın olarak kullanılan bir matematiksel tekniktir. Doğrusal ilişkiler olarak temsil edilen bazı gereksinimler listesi için belirli bir matematiksel modelde en iyi sonucu elde etmenin bir yolunu belirlemek için matematiksel bir yöntemdir. Birçok yönetim kararı, organizasyon kaynaklarını en etkin şekilde kullanmaya çalışmayı içerir. Bu kaynaklar, makine (makine, mobilya, gıda veya yemek pişirme) veya hizmet (makine ve üretim reklam politikaları veya yatırım kararı) üretmek için Makine, İşçilik, Para, Zaman, Depo alanı veya Hammaddeleri içerir. Doğrusal programlama doğrusal eşitlik ve doğrusal eşitsizlik kısıtlamalarına tabi olan doğrusal bir objektif fonksiyonunun optimizasyonu için bir tekniktir.

Klasik doğrusal programlama optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan bir araçtır. Doğrusal Programlama, karar değişkenleri üzerinde doğrusal eşitlik ve eşitsizlik kısıtlamalarına tabi doğrusal bir nesnel işlevi optimize etme sorununu ele alır. Doğrusal programlamanın birçok pratik uygulaması vardır (nakliye, üretim planlama, ...). Ayrıca kombinatoryal optimizasyon için yapı taşıdır.

Bir doğrusal programlama problemi genel itibari ile amaç fonksiyonu ve doğrusal sınır/sınırların yer aldığı iki kısımlı bir matematiksel ifadedir. Bu matematiksel ifade ile bir amaç ya maksimize yada minimize edilir. Doğrusallık ifadesi modelde yer alan tüm değişkenler (fonksiyonlar) arasındaki ilişkinin doğrusal olmasından kaynaklanmaktadır. Doğrusal sınırların oluşturduğu kesişim kümesinden yola çıkılarak mümkün çözümler yada uygun çözüm alanı belirlenir. Belirlenen uygun çözüm alanı ise amaç doğrultusunda en iyilemeye çalışılır. Doğrusal programlama ile bağımsız değişkenlerden oluşan bir dizi fonksiyon ile yine bir dizi bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonu olan bağımlı değişkenin optimal değeri belirlenmeye çalışılır. Bir başka ifade ile doğrusal programlama, belirli bir amacı en iyilemek maksadıyla sınırlı kaynakların nasıl dağıtılması gerektiğine çözüm arayan bir karar verme aracıdır. (YalçınSeçme, 2005).

Küçük sermaye ile küçük bir işe başlamak yeni işletme sahipleri için çok zor olabilir. Çoğu zaman, özellikle tedarikçilerinden ürün satın alma söz konusu olduğunda, mali yönetiminde deneme yanılma yöntemine başvururlar. Molina (2018) çalışmasında, çevrimiçi bir giyim mağazasını bir vaka çalışması olarak değerlendirmiştir. Çevrimiçi giyim mağazası sahipleri tarafından sağlanan veriler doğrusal programlama modelinin parametrelerini tahmin etmek için kullanılmıştır. Doğrusal programlama modeli, çevrimiçi giyim mağazası sahipleri tarafından tedarikçilerinden satın alınacak en ekonomik ürün karışımını belirlemek ve böylece optimum çözümü sağlamak için yazılım kullanarak çözülmüştür. Mal sahiplerinin tedarikçiden satın alınacak her bir ürünün sayısını belirlerken doğrusal programlamayı kullanmaya devam etmeleri ve toplam tedarik maliyetini en aza indirmeleri önerilmiştir. Çalışmada benzer şekilde, çevrimiçi giyim mağazalarının büyüdükçe, maksimum kâr için en uygun ürün karışımını belirlemek için doğrusal programlama kullanma olasılığını da araştırmaları gerektiği belirtilmiştir.

Teknolojik gelişmelerin hızlanması ve ürün yaşam döngülerinin kısalması nedeniyle, ürün geri kazanımı son yıllarda büyük önem kazanmıştır. Demontaj hattı dengeleme sorunu, ürün kurtarma işlemindeki sökme işlemleri sırasında karşılaşılan en önemli sorunlardan biridir. Edis ve arkadaşları (2019) çalışmalarında, dengeleme sorunları, parçaların tehlikeli olması, talep miktarları ve yön değişiklikleri ile ilgili tek bir model ve demontaj hat dengeleme problemini ele almışlardır. Araştırmacılar, araştırılan problem için genel bir karma tamsayılı doğrusal programlama modeli geliştirmiş ve performansı bir dizi karşılaştırma örneği aracılığıyla test etmişlerdir.

Gül ve arkadaşları (2000) ağaç endüstrisi sektöründe yaptıkları uygulamalarında, üretim süreçleri esnasında oluşan giderlerin minimizasyonu için doğrusal programlama kullanmışlardır. Yine ağaç endüstrisinde yapılan bir başka çalışmada, Acar ve arkadaşları (2000), makine ve insan gücü kaynaklarının daha rasyonel kullanılmasını sağlamak için toplam maliyeti minimize edecek bir doğrusal programlama kullanmışlardır. Tamsayılı doğrusal programlama tekniği taşımacılık alanında oldukça sık kullanılmaktadır. Ergülen ve Kazan (2007) taşımacılık sektöründe bir uygulama yapmışlardır. Çalışmalarında taşıma maliyetlerinin minimizasyonu için tamsayılı doğrusal programlama modeli kullanmışlar ve gıda firmasına ait toplam maliyet, toplam sefer sayısı, toplam yük sayıları karşılaştırılmış, minimizasyon konusunda önemli gelişmeler kaydetmişlerdir. Bircan ve Kartal (2003), bir çimento fabrikasında kapasite planlama yapmak için en uygun yöntemi seçmede doğrusal programlama tekniğini kullanmışlardır. Çevik (2006) Tokat İl'inde faaliyet gösteren bir firmanın işgücü planlamasını yapmak için tamsayılı doğrusal programlama kullanmıştır. Gül ve Elevli (2006), çimento fabrikası için torba çimento nakliye sürecinde gerekli araç sayısını hesaplamak için tamsayılı doğrusal programlama tekniğini kullanmışlardır.

Doğrusal programlama tekniği kullanılarak yapılan çok fazla doktora ve yüksek lisans tezi de bulunmaktadır. Lisansüstü tezlerde teknik ile ilgili detaylı bilgi bulunabilir (Kabak, 2008; Albey, 2012; Kara, 2018; Bolayır, 2016; Ceyhun Sabır, 2000).

1.3. Bulanık Doğrusal Programlama

Karar problemlerinin çözümlerinin güçleşmesinin en önemli nedenlerinden biri, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların anlamlarında ortaya çıkan belirsizliklerdir. Ayrıca belirsiz ortamlarda karar vermenin karmaşık hale gelmesi, oldukça güç çözülen problemlerin ortaya çıkmasına neden olabilir. Bulanık ortamda karar verme için bulanık doğrusal programlama modelleri, sözel belirsizliklerden veya karar vericinin sınırlar ile ilgili eksik bilgilerinden kaynaklanan belirsizliklerin matematiksel modellere entegrasyonunda önemli kolaylıklar sağlamaktadır.

Uygulamada oluşan karar problemlerinin matematiksel modelleri kurulurken problemin yapısındaki amaç ve kısıtlayıcılardaki bulanıklıklar göz önünde bulundurulmalıdır. Bulanık doğrusal programlama gerçek dünyanın bulanık yapısını modellemeyi, karar vericinin aktif olarak karar sürecine katılımını sağlamayı ve bulanıklık içeren problemler için en iyi çözümü bulmayı amaçlamaktadır. Bulanık doğrusal programlama karmaşık sistemler için gerçekçi bir çözüm getirmektedir.

Bulanık doğrusal programlama kullanılan bir karar süreci klasik doğrusal programlama modellerinde olduğu gibi tüm verilerin belirli olduğu durumlar yerine, kaynak değişkenlerinin, amacın veya kısıtlayıcıların bulanık olabildiği durumlarda kullanılmaktadır.

Bulanık küme teorisi ile karar verme, doğrusal programlama ile formül edilebilen fakat belirsiz parametreler ve sınırlar içeren karar problemlerinin çözümü için ideal bir yaklaşımdır.

Klasik doğrusal programlama problemlerinde amaç fonksiyonunun veya herhangi bir kısıtlayıcının değerinde herhangi bir esneklik sağlanması veya tolerans verilmesi mümkün değildir. Fakat bulanık doğrusal programlama modellerinde yaklaşık sonuçlar ve amacın ve kısıtlayıcıların en üst düzeyde doyurulması söz konusu olduğundan esneklik ve tolerans sağlanması mümkündür. Bulanık doğrusal programlama modelleri, parametrelerin veya kısıtlayıcıların bulanık olduğu bazı durumlara göre farklı kategorilere ayrılmaktadır. Dolayısı ile çözüm yöntemleri de farklılık göstermektedir (Başkaya, 2013).

Bulanık doğrusal programlama sırt çantası problemi, yatırım problemi, sermaye bütçeleme problemi ve ulaşım problemi vb pek çok çeşitli problemde kullanılmaktadır. Dong ve Wan (2018), karar vericinin bulanık kısıtlamaları ihlal edebileceği kabul derecesini göz önüne alarak çalışmalarında; tüm doğrusal katsayıların, teknolojik katsayıların ve kaynakların yamuk bulanık sayılar (trapezoidal fuzzy numbers-TrFN) olduğu bulanık doğrusal program için yeni bir yöntem geliştirmektedirler. TrFN'ler için sipariş ilişkisi ilk olarak TrFN'lerin aralık beklentisi kullanılarak verilir. TrFN'lerin sıra ilişkisine göre, yamuk bulanık doğrusal program aralık hedef programına dönüştürülür. Aralıklar arasındaki sıralama düzeni ilişkisi ve ihlal edilen bulanık kısıtlamaların kabul derecesi ile birlikte, aralık hedef programı ayrıca önerilen hedef programlama yaklaşımı ile çözülen biyo-hedef doğrusal programa dönüştürülmüştür. Araştırmacıları önerdikleri yöntemin etkinliğini ve üstünlüğünü bulanık bir sırt çantası problemi ve bir yatırım problemi ile doğrulamışlardır. Son olarak, önerilen yöntem için bir karar destek sistemi geliştirmişlerdir.

Bozdağ ve Türe (2008), bulanık doğrusal programlama ile yatırımcı deneyimlerini portföy modeline aktaran bir çalışma yapmışlardır. Güneş ve Umarusman (2003), bulanık hedef programlama tekniği kullandıkları çalışmalarında yerel yönetimler için vergi optimizasyonu uygulaması yapmışlardır.

Su ve Lin (1999) araştırmalarını, voltaj / reaktif güç kontrolü için sistem modellerinin kısıtlamalarına ve maliyet fonksiyonlarına ilişkin çeşitli üyelik fonksiyonlarını kullanan bulanık bir doğrusal programlama yöntemi sunmak için yapmışlardır. Sorun geleneksel lineer programlama yaklaşımı ile çözülebilse de, bu yaklaşımın çözümü uygulanabilir bölgenin sınırları üzerindedir; bu nedenle, çözeltinin kısıtlamaların dışına çıkmasına neden olmak için sadece küçük bir rahatsızlık yeterlidir. Araştırmacılar bir çözüme ulaşmaya yardımcı olmak için bulanık küme tekniğini kullanan bir bulanık doğrusal programlama modeli geliştirmişlerdir. Bulanık tekniğin kullanılması nedeniyle, sistem modelinin kısıtlamaları hafif bir şekilde ele alınabilir, böylece sunulan çözümde maliyet ve güvenlik bir arada düşünülebilir.

Liang (2006) çalışmasında, bulanık bir ortamda proje yönetimi karar problemlerini çözmek için interaktif bir bulanık doğrusal programlama yaklaşımı sunmaktadır. Önerilen yaklaşım, doğrudan, dolaylı ve ceza maliyetleri, faaliyet süreleri, belirlenen proje tamamlanma süresi ve toplam tahsis edilen bütçeye göre toplam maliyetleri en aza indirmeye çalışır. Sayısal bir örnek, önerilen bulanık doğrusal programlama yaklaşımının gerçek proje yönetimi karar problemlerine uygulanabilirliğini göstermektedir. Buna göre, önerilen yaklaşım etkili bir çözüm sağlar ve karar vericinin memnuniyet derecesini belirler. Ayrıca, önerilen yaklaşım, karar verme sürecini kolaylaştıran ve karar vericinin memnun edici bir çözüm elde edilene kadar çevre verileri belirsiz olduğunda sonuçların aralığını etkileşimli olarak değiştirmesini sağlayan sistematik bir çerçeve sunar. Özellikle, önerilen bulanık doğrusal programlama yaklaşımının birkaç önemli özelliği ana proje yönetimi karar yöntemlerinin aksine açıklığa kavuşturulmuştur.

Vasant ve arkadaşları (2005) çalışmalarında, değiştirilmiş lojistik üyelik işlevi adlı belirli bir üyelik işlevi kullanan yeni bir bulanık doğrusal programlama tabanlı yöntem önerilmektedir. Değiştirilmiş lojistik üyelik fonksiyonu ilk önce formüle edilir ve esnekliği analitik bir yaklaşımla belirlenir. Çalışmada bu üyelik işlevi, bulanık doğrusal programlama kullanılarak açıklayıcı bir örnek yoluyla yararlı performansı açısından test edilmiştir. Geliştirilmiş bulanık doğrusal programlama metodolojisi, gerçek hayattaki endüstriyel üretim planlama problemine başvurmada güven sağlamıştır. Endüstriyel üretim planlama sorununun çözümünde bu yaklaşım, karar vericiye, uygulayıcıya ve analiste geri bildirim sağlayabilir. Bu gibi durumlarda, bu yaklaşım etkileşimli bulanık doğrusal programlama olarak adlandırılabilir. Tatmin edici bir çözüm bulmak için, ürün karışımı seçim problemi için bulanık sistemin kendi kendini organize etmesini tasarlama imkanı vardır. Karar verici, analist ve uygulayıcı en iyi sonucu elde etmek için bilgi ve deneyimlerini birleştirebilir.

Zou ve arkadaşları (2000) çalışmalarında, optimizasyon süreçlerindeki belirsizliği gidermek için "bağımsız bir değişken kontrollü gri bulanık doğrusal programlama" yaklaşımı önermektedir. Bağımsız değişken kontrollü gri bulanık doğrusal programlama yöntemi; model formülasyonlara bağımsız kontrol değişkenleri ekleyerek yerleşik gri doğrusal programlama ve sıradan gri bulanık doğrusal programlama yöntemlerini geliştirmektedir. Bu değişkenler, modelin sınırlama belirsizliğinin iyi özelliklerini bağımsız olarak ele almasını sağlar. Araştırmacılar bağımsız değişken kontrollü gri bulanık doğrusal programlama yaklaşımını belediye katı atık yönetiminin varsayımsal bir vaka çalışmasına uygulamışlardır.

Kanai ve arkadaşlarının (2000) çalışmalarının temel amacı, nükleer reaktörlerin, yeniden işleme tesislerinin, kullanılmış yakıt nakliyesi için fıçıların vb. gereksinimlerini karşılamak üzere optimum koruyucu tasarımın ilk aşaması olarak malzeme seçmek ve bileşenlerin oranını belirlemektir. Kalkan optimizasyonunun parametreleri maliyet, alan, ağırlık ve bireysel ışınlama ve soğutma süresi aktivasyon oranları ve nötronlar (ikincil gama ışını dahil) ve primer gama ışını için toplam doz oranı gibi bazı ekranlama özellikleridir. Geleneksel iki değerli mantık (yani keskin) yaklaşımlar kullanılarak, optimum ekranlama tasarımı için uygun malzemeleri tanımlamak için büyük kombinasyon hesaplamaları gereklidir. Ayrıca, yaklaşım hesaplama sonucuna hassas bir şekilde tepki vermediğinden, küçük değişiklikler için yeniden hesaplama gereklidir. Bulanık doğrusal programlama yöntemi kullanan mevcut yaklaşım, bulanık ortamda gerçekleşebilecek tatmin edici çözüme yönelik karar vermenin büyük bir kısmıdır. Ve yukarıda belirtilen koşullar altında koruyucu malzemelerin optimum seçiminde hızlı ve kolay bir yol gösterici prensip sağlayabilir. Bileşen malzemelerin oranını optimize ederek radyasyon etkilerini azaltma olasılığı araştırılmıştır.

Ebrahimnejad'ın (2019) çalışması, tüm parametrelerin üçgen bulanık sayılar olarak temsil edildiği, tamamen bulanık doğrusal programlama probleminin çözüm prosedürü ile ilgilidir. Mevcut çözüm yaklaşımına göre ve üçgen bulanık sayılar üzerine yeni bir sözlük bilimsel sıralamaya dayanan, söz konusu tamamen bulanık doğrusal programlama problemi, üç-amaçlı fonksiyonlarla çok-amaçlı doğrusal programlama problemine dönüştürülmektedir. Araştırma, tüm kesin olmayan verilerin negatif olmayan üçgen bulanık sayılar olarak temsil edildiği durumlar için bazı mevcut tamamen bulanık lineer programlama problemlerinin hesaplama karmaşıklığını azaltmak için yeni bir teknik sunmaktadır. Son olarak, basit bir örnek ve bir vaka çalışması kullanılarak, önerilen algoritma kullanılarak elde edilen sonuçlar ve mevcut yöntemlerle elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak algoritmamızın güvenilirliği ve uygulanabilirliği gösterilmektedir.

Fan ve arkadaşları (2014) çalışmalarında, belirsizlik altında optimum atık akışı tahsis şemalarını tanımlamak için genelleştirilmiş bir bulanık doğrusal programlama yöntemi geliştirilmiştir. Genelleştirilmiş bulanık doğrusal programlama modelini çözmek ve bulanık kümeler olarak ifade edilen çözümler üretmek için aşamalı bir etkileşimli algoritma geliştirmişlerdir. Bu çözüm yöntemi, bu işlevlerin şekillerine bakılmaksızın bilinen üyelik işlevlerine sahip bulanık kümeleri işleyebilir. Ayrıca, bulanık kümeler olarak ifade edilen çözeltiler de etkileşimli algoritma yoluyla elde edilebilir. Geliştirilen yöntem, belirsizlik altında atık tahsisi planlama problemi vaka çalışmasına uygulanmıştır. Sonuçlar, atık tahsisi uygulamalarının planlanması için makul çözümlerin elde edilebileceğini göstermektedir. Aralık doğrusal programlama yönteminden türetilen aralık çözümleriyle karşılaştırıldığında, Genelleştirilmiş bulanık doğrusal programlama aracılığıyla elde edilen bulanık çözümler daha fazla bilgi sağlayabilir. Bu nedenle, karar vericiler sistem istikrarı ile mantıklılık arasında denge kurabilir ve böylece belirsizlik altında katı atık planlaması için istenen politikaları belirleyebilir

Bulanık Doğrusal Programlama Sulama Planlama Modeli, Hindistan'ın vaka çalışması için yönetim stratejilerinin değerlendirilmesi için geliştirilmiştir. Raju ve Kumar (2000) sulama planlama senaryosunda üç çelişen hedefi (net fayda, bitkisel üretim ve işgücü istihdamı) göz önünde bulundurarak, objektif işlev değerlerindeki belirsizliğin ve üyelik işlevlerinin bulanık çok amaçlı bir çerçevede nasıl ölçülebildiğini göstermek için bir çalışma yapmışlardır. Girişlerdeki belirsizliği değerlendirmek için stokastik programlama kullanmışlardır. Bulanık Doğrusal Programlama çözümü net faydalar sağlamıştır (1, 633 milyon Rupi, 0. 70 milyon ton bitkisel üretim, 42.89 milyon adam-gün). Sonuçların analizi, net faydaların, bitkisel üretim ve bulanık doğrusal planlamada işgücü istihdamının, net doğrusal programlama modelindeki ideal değerlere kıyasla % 2,38, % 9,6 ve % 7,22 azaldığını göstermiştir. Sonuçların karşılaştırılması, metodolojinin diğer benzer durumlara genişletilebileceğini göstermiştir.

Chen ve Han (2018) çalışmalarında, aralık değerli sezgisel bulanık değerlerin ve doğrusal programlama metodolojisinin çarpma işlemlerini kullanarak çok özellikli karar verme için yeni bir yöntem önermektedirler. Araştırmacılar, daha önce önerilen yöntemlerin (1) dönüştürülmüş karar matrisindeki bazı sütunların toplam değerleri aynı olduğunda, bu özelliklerin farklı tercih emirleri elde etmesi durumunda, optimal özellik ağırlıklarının sonsuz sayıda çözümünü alma ve (2) alternatiflerin tercih emirlerinin bazı durumlarda ayırt edilemez olması gibi eksikliklerinin üstesinden gelebilmek için yeni bir metodoloji sunmaktadırlar.

Çok kriterli karar verme (MCDM) yaklaşımı, yaşamda önemli bir rol oynar, çünkü belirli kriterlere göre çeşitli alternatifler aracılığıyla karar vermek her zaman gereklidir. Haghighi ve arkadaşları (2019) çalışmalarında, gerçek dünyadaki çoğu durumda bilgi eksik ve belirsiz olduğu için aralık tip-2 bulanık kümeler kullanmışlardır. Doğrusal atama yöntemiyle yeni bir grup karar yaklaşımı önerilmektedir. Ek olarak, öznel ve objektif verilere göre her bir değerlendirme faktörünün ağırlığı, çok boyutlu tercih analizi yöntemine yönelik yeni geliştirilmiş bir doğrusal programlama tekniğine dayanılarak oluşturulmuştur. Önerilen yöntemde, karar vericilerin ağırlıkları, ideal çözümler kavramına dayanan yeni bir değiştirilmiş yöntem uygulayan yeni bir yaklaşıma dayanılarak hesaplanmaktadır. Ayrıca, yeni bir aralık tip-2 bulanık kümeler sıralama yöntemi tanıtmışlardır. Sunulan yumuşak hesaplama yönteminin uygulanabilirliğini göstermek için, öncelikle, yeşil tedarikçi seçim probleminin gerçek bir vaka çalışması anlatmışlardır. Ayrıca yöntem, proje değerlendirme ve seçim probleminin ikinci bir vaka çalışmasında uygulanır. İki uygulama, sunulan yöntemin gerçek dünyadaki belirsiz ortamlarla başa çıkabilen uygun bir yumuşak bilgi işlem çerçevesi sunduğunu göstermektedir.

Zhang ve Guo (2018) çalışmalarında, belirsizlik altında optimum sulama suyu tahsisi için çift taraflı bulanıklığa sahip bulanık doğrusal fraksiyonel programlama yaklaşımı geliştirmişlerdir. Bulanık doğrusal fraksiyonel programlama modeli, doğrusal kısmi programlama optimizasyon çerçevesine çift taraflı bulanık şans sınırlamalı programlama dahil edilmesinden türetilebilir. Geliştirilen model, kısıtlamaların hem sağ hem de sol tarafında bulanıklık olarak sunulan belirsizlikle başa çıkabilir. Ayrıca, modelin bazı avantajları vardır: (1) öznel hedefleri dikkate almadan iki hedefe doğrudan ulaşmak, (2) toplam sistem ekonomik faydası ve toplam sulama suyu kullanımı arasındaki ekonomik su verimliliğini etkin bir şekilde yansıtmak, (3) daha esnek çözümler üretmek için hem minimum hem de maksimum güvenilirlik altında bulanık kısıtlama memnuniyetinin güven düzeyleri kavramını sunmak ve (4) ekonomik su verimliliği, sistem faydaları ve değişen güven düzeyleri arasındaki ilişkilerin derinlemesine analizini kolaylaştırmak. Araştırmacıların önerdikleri model, Çin'in kuzeybatısındaki Heihe Nehri Havzası'nın orta kısımlarında sulama suyu tahsisi vaka çalışmasına uygulanmıştır. Bulanık doğrusal fraksiyonel programlama modelinden en uygun sulama suyu tahsis çözümleri elde edilebildiğini ve elde edilen sonuçlarla, makul sulama suyu kaynakları yönetimi ve tarımsal üretimin seçilmesine karar verirken karar desteği sağlanabildiğini savunmaktadırlar.

Arana-Jimenez ve Blanco (2019) çalışmalarında, karma 0-1 bulanık doğrusal problemler için bir modelleme çerçevesi sunmaktadırlar. Çalışmaları, sonlu bir dizi bulanık doğrusal fonksiyon modelini maksimuma çıkarmak için gevrek minimax problemlerinin yardımcı değişkenler aracılığıyla olağan yeniden yazımını genişletmeye dayanır. İncelenen sorunun eşdeğer olarak çok amaçlı karışık tamsayılı programlama problemi olarak formüle edilebileceğini kanıtladıkları çalışmada ayrıca, oluşturdukları çerçeveyi, kapasitans merkezi tesis konum probleminin tamamen bulanık bir versiyonuna da uygulamışlardır.

Hali hazırda negatif olmayan bulanık değişkenler ve sınırlı bulanık katsayılar altında bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümü için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bununla birlikte, bu yöntemlerin sınırlandırılması nedeniyle, sınırsız bulanık katsayıları ve bulanık değişkenlerle tam bulanık doğrusal programlamanın çözülmesi için uygulanamazlar. Najafi ve arkadaşları (2016) çalışmalarında, sınırsız değişkenler ve parametrelerle bulanık optimal çözüm elde etmede tam bulanık doğrusal programlama için yeni ve etkili bir yöntem önermişlerdir. Bu önerilen yöntem net doğrusal olmayan programlamaya dayanır ve basit bir yapıya sahiptir. Önerilen yöntemin etkinliğini göstermek için bazı sayısal örnekler de çalışmada yer almıştır.

Gerçek hayat fraksiyonel programlama problemini çözerken genellikle kontrol edilemeyen çeşitli faktörlerden dolayı belirsizlik ve tereddüt durumları ile karşı karşıya kalınabilir. Bu sınırlamaların üstesinden gelmek için, bulanık mantık yaklaşımı kullanılabilir. Das ve arkadaşları (2018) çalışmalarında, iki üçgen bulanık sayı arasında basit sıralama yaklaşımı kavramlarını önermektedirler. Ayrıca çalışmada Bulanık Doğrusal Kesirli Programlama probleminin üst, orta ve alt sınırlarını hesaplamak için eşdeğer bir üç-objektif doğrusal kesirli programlama problemini formüle etmişlerdir. Elde edilen üst, orta ve alt sınırlardan, optimal değerleri sayısal olarak yapılandırdıkları çalışmalarında son olarak, önerilen prosedürün etkinliğini sayısal ve gerçek hayat örnekleri ile göstermişlerdir.

Çok amaçlı doğrusal kesirli programlama problemlerinin çözümü için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Örneğin: iteraktif bir yaklaşım ve bulanık parametrik yinelemeli yöntem. Bu iki yöntemde de karar verici, mümkün olan bölgede araştırılması çok zor olan bir başlangıç çözümü seçmelidir. Arya ve Singh (2019) çalışmalarında, çok amaçlı doğrusal kesirli programlama problemlerinde bulanık verimli çözümlerin araştırılması için yinelemeli bulanık bir yaklaşım önerilmiştir. Bu yaklaşım, [0,1] aralığında rastgele üretilen bulanık parametrik tercihlere dayanmaktadır ve her bir hedef için memnuniyet yüzdesi ile bulanık verimli çözüm elde edilmektedir. Önerilen yöntemin validasyonu için bazı teorik sonuçlar belirlenmiştir. Önerilen yöntemde, Karar verici her bir hedef işlev için memnuniyet derecesinin yüzdesini kendi tercihlerine göre seçebilir ve bulanık verimli çözüm seti oluşturulabilir. Hesaplamalı deneyler, yöntemin daha bilgilendirici olduğunu ve mevcut yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini göstermektedir.

Ren ve arkadaşları (2016) çalışmalarında, hem objektif fonksiyonların hem de kısıtlamaların tüm katsayılarının ve karar değişkenlerinin bulanık sayılar olarak ifade edildiği tamamen bulanık iki seviyeli doğrusal bir programlama problemini ele almışlardır. Çalışmalarının amacı, tamamen bulanık iki düzeyli programlama probleminin dengeli bir çözümünü elde etmek için etkileşimli bir programlama yaklaşımı geliştirmektir. Bu amaçla, öncelikle sorunun uygulanabilir bölgesini tanımlamışlar ve sorunun bulanık optimal çözümü hakkında bilgi vermişlerdir. Bulanık sayıları sıralamak için bulanık bir ilişkiye dayanarak, tamamen bulanık iki düzeyli programlama problemi, kısıtlamaların farklı fizibilite dereceleri altında deterministik bir probleme dönüştürülebilir. Daha iyi nesnel işlev değerleri ile kısıtlamaların daha yüksek fizibilite dereceleri arasındaki bir dengeyi dikkate alarak, etkileşimli tamamen bulanık iki düzeyli programlama problemini çözmek için programlama yaklaşımı sunulmaktadır. Son olarak, önerilen yöntemin fizibilitesini göstermek için birkaç sayısal örnek sunulmaktadır.

Srinivasan (2020) çalışmasında, parametrelerinin objektif fonksiyondaki belirsiz katsayılara sahip bulanık sayılar olduğu çeşitli yöntemler ile bulanık ortamda kesirli doğrusal programlama problemlerini çözen bir yöntem sunmaktadır. Çalışmasında, örnekle gösterilen materyalle ilgili soruna adil bir optimal çözüm bulmak için ortaya çıkan programlama problemini çözecek objektif fonksiyon ve karar değişkenleri arasındaki keskin ilişkiyi oluşturmaya çalışmıştır.

Sınırsız doğrusal programlama-tipi sezgisel bulanık sayılar yöntemi tanımlanmıştır ve bundan yararlanan pek çok araştırmacı tekniği, Tamamen Sezgisel Bulanık Doğrusal Programlama problemlerini çözmek için kullandılar. Perez-Canedo ve Concepcion-Morales (2019), yöntemlerinin eşitsizlik kısıtlamaları olan tamamen sezgisel bulanık doğrusal programlama problemlerinin benzersiz sezgisel bulanık bulanık değerini bulmak için genişletilebileceğini öne sürmüşlerdir. Çalışmalarında eşitlik ve eşitsizlik kısıtlamaları olan tamamen sezgisel bulanık doğrusal programlama problemlerinin eşsiz optimal sezgisel bulanık değerini bulmak için değiştirmişlerdir. Böylece, yeni bir yöntem elde etmişler ve tamamen sezgisel bir bulanık üretim planlama problemi ile vaka çalışması yapmışlardır. Sınırsız doğrusal programlama-tipi sezgisel bulanık sayılar yöntemini kullanarak elde edilenlerle karşılaştırılır ve önerilen yöntemin diğer yöntemlerin eksikliklerini ve sınırlamalarını aştığını gösterir.

Bulanık doğrusal programlama tekniği kullanılarak hazırlanan pek çok doktora ve yüksek lisans tezi vardır. Örneğin; Gülcan (2012), bir gıda işletmesinde bisküviler için optimum ürün formülü oluşturmada bulanık doğrusal programlama kullanmıştır. Cebeci (2011) bulanık doğrusal programlama ile porföy seçimi yaptığı bir yüksek lisans tezi hazırlamıştır. Aydın (2007), katı atık yönetiminde optimal planlama yapmak için bulanık doğrusal programlama tekniğini kullandığı bir yüksek lisans tezi yapmıştır. Ural (2006) Kocaeli'de bir firma için bulanık doğrusal programlama kullanarak üretim planlama yaptığı bir yüksek lisans tezi hazırlamıştır. Ballı (2014), bulanık doğrusal programlama tekniğini kullanarak bir kamu kurumu için tesis yeri seçimi yapmak için yüksek lisans tezi hazırlamıştır. Ayrıca Yenilmez, 2001; Dervişoğlu, 2005; Tuş, 2006; Alaybeyoğlu, 2013 lisansüstü çalışmaları da detaylı bilgi almak incelenebilir. Klasik doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama tekniklerinin karşılaştırıldığı pek çok doktora ve yüksek lisans tezi de bulunmaktadır.

Tekniklerle ve karşılaştırmalarla ilgili detaylı bilgi için Kudak, 2007; YalçınSeçme, 2005; Kaya, 2007.

BÖLÜM 2

MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. Klasik Doğrusal Programlama Modeli

Doğrusal programlamanın uygulanması için esas olarak aşağıda belirtilen 4 şartın önceden kabulü gerekir (Bostancı ve Demir, 2011):

- Doğrusallık: Girdi-çıktı oranı üretim miktarına bağlı olarak değişmeyip sabittir.
- Bölünebilirlik (Süreklilik): Üretim kaynakları ve faaliyetleri bölünebilmelidir.
- Bağımsızlık (Toplanabilirlik): Bir üretim faaliyetinin seçimi diğer bir faaliyetin seçimini zorunlu kılmamalıdır.
- Sınırlılık: Üretim kaynakları ve bunlara bağlı olarak üretim faaliyetleri sınırlıdır.

Bir doğrusal programlama modeli matematiksel olarak,

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^{n} cjxj \qquad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} aijxj (\leq, =, \geq) b_i \qquad i= 1,2,\ldots,m \qquad (2.2)$$

$$Xj \ \geq 0 \qquad j= 1,2,\ldots,n \qquad (2.3)$$

Biçiminde ifade edilebilir. Burada;

Z: optimize edilmeye çalışan amaç fonksiyonu

X_j = j. karar değişkenine atanacak değer ya da belirlenecek değişken,

C_j = 1 br. J. karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısı,

a_{ij} = Sınır matrisi A'yı oluşturan teknoloji katsayıları, b_i = i.kaynak için gerekli olan miktarı (sağ taraf sabiti) gösterilmektedir.

Doğrusal programlama aslında bir matris setinden oluşmaktadır. (2.1), (2.2), (2.3) eşitliklerinin matris notasyonu ile matematiksel olarak gösterim biçimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Max } z = c^T x$$
$$\text{ş.t. } Ax \leq b$$
$$x \geq 0$$

Simpleks Çözüm

Simpleks çözüm yönteminin aşamaları kısaca özetlenirse (Yalgın, 1984);

i) Eşitsizlikler eşitlik haline dönüştürülerek simpleks çizelgesi düzenlenir. Bu eşitlik haline dönüştürme, maksimizasyon için artık değişkenler ve minimizasyon için ise artık ve yapay değişkenlerin ilavesi ile yapılır.

ii) Z- satırı hesaplanır. Bunun için-kâr katsayıları sütunu ile katsayılar matrisi, birim matris ve çözüm vektörü sütunundaki sayılar çarpılır ve alt alta toplanır.

iii) (Cj - Zj) satırı hesaplanır (Z= satırındaki değerler Cj satırındaki değerlerden çıkarılır.)

iv) Maksimizasyon sorunlarında çizelgedeki (C: - Zj) satırındaki pozitif işaretli katsayılar arasından en büyüğü seçilir. Simpleks tablosuna girilen bu kolona "Anahtar Kolon" denir. Ve temel değişken vektörüne hangi değişkenin gireceğini saptar.

Minimizasyon sorunlarında ise simpleks çizelgesine (C: — Zj) satırındaki negatif işaretli, temel olmayan değişkenler arasındaki en küçük değerden girilir.

v) Çözüm vektöründeki değerlerle seçilen kolondaki değişken katsayılar arasındaki oranlar bulunur. Bu oranlar içinde sıfır ve negatif olanlar dikkate alınmadan en küçüğü seçilir. Bu en küçük değerin bulunduğu satıra da "Anahtar Satır" denir. Ve temel değişken vektöründen hangi değişkenin çıkacağını saptar.

vi) Anahtar kolonla anahtar satırın kesiştiği yerdeki "Anahtar Sayı" bulunur.

vii) Anahtar sayı, bulunduğu satırdaki bütün sayılara teker teker bölünerek yeni çözüm vektörü ve diğer öğeler bulunur.

viii) Diğer satırların ve (G - Zj) satırının yeni öğeleri ise;

(Eski satır öğeleri) - (Satırın anahtar kolondaki sayısı) x (Anahtar satırın yeni öğeleri) = Yeni satır öğeleri

formülüne göre teker teker saptanır.

ix) Maksimizasyon sorunlarında (Cj — Zj) satırında bulunan bütün katsayılar sıfır, ya da negatif işaretli ise optimal çözüme ulaşılmıştır. Ve sonuç çözüm vektöründedir. Aksi takdirde (Cj — Zj) satırındaki sayılar negatif ya da sıfır olana dek devam edilir.

Minimizasyon sorunlarına ise, (Cj - Zj) satırındaki bütün elemanlar sıfır ya da pozitif işaretli ise optimal çözüme ulaşılmıştır. Değilse, (Cj - Zj) satırındaki sayıların tümünün sıfır ya da pozitif olana dek işlemlere aynen devam edilir.

Yalgın (1984) maden işletmesinde doğrusal programlamanın uygulanmasına yönelik bir örnek vermektedir. Örnekte iki ayrı tenör cevher üreten bir maden işletmesi ele alınmaktadır. Her iki kalite cevher de üç aşamada üretilmektedir, (örneğin, delme ve patlatma, yükleme ve taşıma, zenginleştirme vb.) 1. Kalite cevherin ton üretiminde ilk aşamada sırasıyla 2, 1, 1 zaman biriminde ve 2. kalite cevherin ton üretiminde ise sırasıyla 1,1,3 zaman biriminde üretim gerçekleştirilmektedir. Diğer yandan 1. aşamanın aylık en fazla çalışabilme kapasitesi 700 zaman birimi, ikinci aşamanın en fazla çalışabilme kapasitesi 400 zaman birimi ve üçüncü aşamanın ise 900 zaman birimi olduğu; 1. kalite cevher 4000 TL/ton ve 2. kalite cevher 6000 TL/ton kâr bıraktığı ve her iki cevher için de herhangi bir pazar sorunu olmadığı varsayımına göre, işletme kârını en yüksek yapabilmek için bu iki kalite cevherin her birinden kaçar ton üretim gerçekleştirilmesi gerektiği doğrusal programlama ile bulunmuştur.

Sorun bir maksimizasyon problemidir. O halde;

Amaç Fonksiyonu:

$Z_{mak} = 4000\,x_1 + 6000\,x_2$

Kısıtlayıcılar:

$2 Xt +X 2 <700$

$X_1 +X 2 <400$

$Xj +3X2 <900$

Pozitif Kısıtlama:

$Xj > 0$

$X2 >0$

Grafiksel Çözüm

Kısıtlayıcı eşitsizlikler eşitlikler haline getirildikten sonra,

$2Xt +X 2 =700$ (1)

$X, +X 2 =400$ (2)

$X_1+3X 2=900$ (3)

(1), (2) ve (3) denklemlerinin ortak çözümü

ile şekil 2.1.'deki grafik çizilirse, olası çözüm alanı (ABCDO) olur.

Bu alanın noktaları için amaç fonksiyonu irdelenirse;

A (0,300)

$Zmak = 400\ 0 \times ° + 600\ 0 \times 300 = 1800000$

B (150,250)

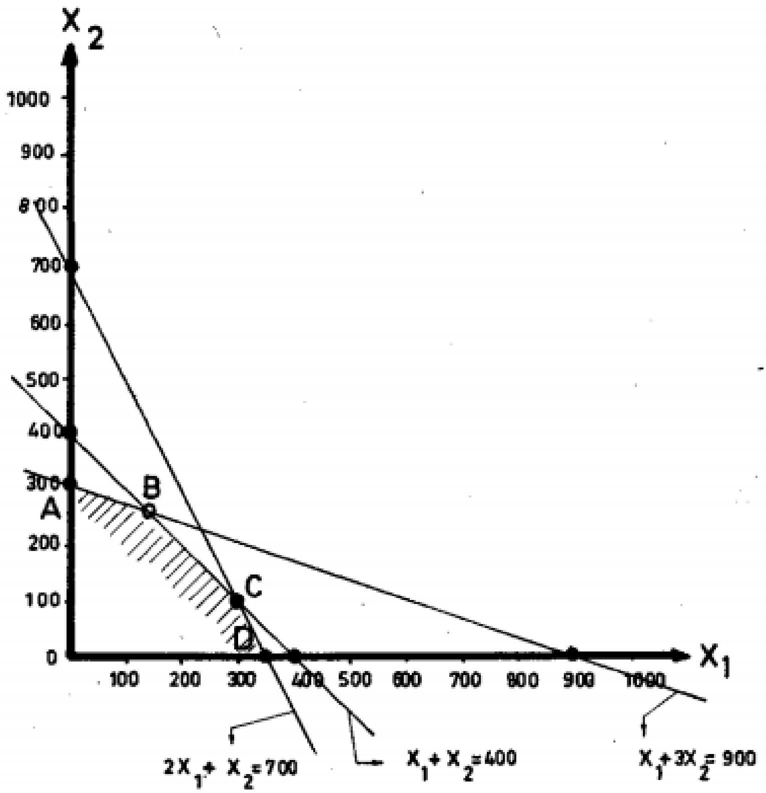
2L.J, =4000 x 150 +6000 x 250 =2100000

C (300,100)

Zmak =4 ° 0 0 x 300+6000 x 100 = 1800000

D (350,0)

Z _ u = 4000 x 350 + 6000 x 0 = 1400000



Şekil 2.1. Olası çözüm alanı

Görüldüğü gibi maksimum noktayı B noktası vermektedir. Dolayısıyla çözüm B noktasının koordinatları olan değerlerdir. Yani;

$X_1=150$

$X_2=250$ ve

$Z_{maks}=2100000$ bulunur.

Türkay (2019), doğrusal programlama ile ilgili verdiği örnekte; iki yeni ürünü iki ayrı fabrikada üretme olanağı olan bir işletmeyi ele almaktadır. Bu işletme için geçerli olan veriler tablo 2.1.'de verilmiştir. Her iki fabrikada yeni ürünün üretimi için kullanılabilecek zaman kısıtlıdır. Fabrikaların yapıları farklı olduğu için birim ürün için farklı üretim zamanları vardır. Ayrıca her ürünün kar marjı ve talebi de belirlidir.

Tablo 2.1. Örnek işletmenin verileri

	Birim ürün için harcanan üretim zamanı		Kullanılabilir toplam üretim zamanı
	Ürün 1	Ürün 2	
Fabrika 1	1	1	100
Fabrika 2	2	1.5	170
Kar Marjı	1.000	900	
Talep	100	100	

Bu işletmede karı en çoklayan ürün dağılımı aşağıdaki gibi modellenebilir:

Karar Değişkenleri:

x_1: Ürün 1’in üretim miktarı (adet)

x_2: Ürün 2’nin üretim miktarı (adet)

Parametreler:

c_1: Ürün 1’den elde edilen kar miktarı (1.000 TL/adet)

c_2: Ürün 2’den elde edilen kar miktarı (900 TL/adet)

b_i: Fabrika 1’deki kullanılabilir toplam üretim zamanı (100 saat)

b_{ii}: Fabrika 1’deki kullanılabilir toplam üretim zamanı (170 saat)

a_{i1}: Ürün 1’in Fabrika 1’deki üretim zamanı (1 saat/adet)

a_{i2}: Ürün 2’nin Fabrika 1’deki üretim zamanı (1 saat/adet)

a_{ii1}: Ürün 1’in Fabrika 2’deki üretim zamanı (2 saat/adet)

a_{ii2}: Ürün 2’nin Fabrika 2’deki üretim zamanı (1.5 saat/adet)

d_1: Ürün 1 için belirlenmiş talep miktarı (100 adet)

d_2: Ürün 2 için belirlenmiş talep miktarı (100 adet)

Amaç Fonksiyonu:

Toplam karın en çoklanması ($z=c1x1+c2x2$)

Kısıtlar:

Fabrika 1’deki toplam üretim zamanı kısıtlıdır ($ai1x1+ai2x2 \leq bi$)

Fabrika 2’deki toplam üretim zamanı kısıtlıdır ($aii1x1+aii2x2 \leq bi$)

Ürün 1 için talep miktarı (x1≤d1)

Ürün 2 için talep miktarı (x2≤d2)

Her ürün için en düşük üretim miktarı (x1≥0 ve x2≥0)

Bu problem için doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

$$
\begin{aligned}
&\max \ z = 1.000x_1 + 900x_2 \\
&\text{k.s.} \quad 1x_1 + 1x_2 \leq 100 \\
&\qquad\quad 2x_1 + 1.5x_2 \leq 170 \\
&\qquad\quad x_1 \leq 100 \\
&\qquad\quad x_2 \leq 100 \\
&\qquad\quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Küçükkoç (2019) verdiği örnekte rafineri firmasını temel almıştır. Bir rafineri 2 tür kurşunsuz benzin üretimi yapmaktadır. 1. tipin varil fiyatı 48$, 2. tipin varil fiyatı ise 53$'dır. Her iki tip benzin de tablo 2.2.'de verilen özellikleri karşılamak zorundadır. Karışımda kullanılan bileşenler ve özellikleri de tablo 2.3.'de verilmiştir.

Tablo 2.2. Benzin özellikleri

Benzin Tipi	Minimum oktan oranı	Maksimum talep (varil/hafta)	Minimum dağıtım (varil/hafta)
1. tip benzin	87	80.000	60.000
2. tip benzin	93	40.000	15.000

Tablo 2.3. Bileşenlerin karakteristikleri

Benzin bileşenleri	Oktan oranı	Arz miktarı (varil)	Maliyet ($/varil)
1	86	70.000	33
2	96	60.000	37

Haftalık karı maksimize etmek için iki tip benzine hangi bileşenlerden hangi miktarlarda karıştırılmalıdır?

Karar değişkenleri

Bu problemdeki kontrol değişkenleri, benzinlere karıştırılması gereken iki bileşenin miktarlarıdır.

$$x_{ij} = j \text{ tip benzine karıştırılan } i \text{ bileşeninin varil cinsinden haftalık miktarı}$$

$$i = 1, 2\,; \quad j = 1, 2$$

Amaç Fonksiyonu

Benzin bileşenlerinin doğrusal olarak karıştığı kabul edilirse, 1. tip benzin miktarı $X_{11} + X_{21}$, ikinci tip benzin miktarı ise $X_{12} + X_{22}$ olarak verilir. Benzer şekilde kullanılan 1. ve 2. Bileşenlerin toplam miktarları da sırasıyla $X_{11} + X_{12}$ ve $X_{21} + X_{22}$ olarak verilebilir. Amaç fonksiyonu şu şekilde formüle edilebilir.

$$Kar = satış - maliyet$$

$$Max\ Z = 48(x_{11} + x_{21}) + 53(x_{12} + x_{22}) - 33(x_{11} + x_{12}) - 37(x_{21} + x_{22}) \quad haftalık\ kar$$

$$Max\ Z = 15x_{11} + 20x_{12} + 11x_{21} + 16x_{22}$$

Problemin Kısıtları

Minimum oktan oranı ihtiyacını karşılamak için, iki bileşenin değişik miktarlarda karıştırılması durumunda ortaya çıkacak oktan seviyesini belirlemeliyiz. Bileşenlerin yine doğrusal olarak karıştığını kabul ediyoruz. Bileşenlerin karışımındaki oktan seviyesi ağırlıklı ortalama alınarak hesaplanabilir. Karışımdaki toplam oktanı, varil miktarına bölerek buluruz. Böylece, 1. tip benzin için minimum oktan oranı kısıtı:

$$\frac{86x_{11} + 96x_{21}}{x_{11} + x_{21}} \geq 87 \;\; (1. tip\ benzin\ için\ minimum\ oktan\ oranı)$$

Bu kısıt lineer değildir fakat eşitsizliğin her iki tarafını $X_{11} + X_{21}$ ile çarparsak;

$$-x_{11} + 9x_{21} \geq 0$$

Aynı şekilde, 2. tip benzin için minimum oktan oranı kısıtı:

$$\frac{86x_{12} + 96x_{22}}{x_{12} + x_{22}} \geq 93 \;\; (2. tip\ benzin\ için\ minimum\ oktan\ oranı)$$

$$-7x_{12} + 3x_{22} \geq 0$$

Benzin tipleri için minimum ve maksimum dağıtım gereksinimi kısıtları ise şu şekilde formüle edilebilir:

$x_{11} + x_{21} \geq 60.000 \quad (1.\, tip\ benzin\ için\ minimum\ dağıtım\ miktarı)$

$x_{12} + x_{22} \geq 15.000 \quad (2.\, tip\ benzin\ için\ minimum\ dağıtım\ miktarı)$

$x_{11} + x_{21} \leq 80.000 \quad (1.\, tip\ benzin\ için\ maksimum\ talep\ miktarı)$

$x_{12} + x_{22} \leq 40.000 \quad (2.\, tip\ benzin\ için\ maksimum\ talep\ miktarı)$

Benzer şekilde, bileşenlerin arz kısıtları:

$x_{11} + x_{12} \leq 70.000 \quad (1.\, bileşenin\ arz\ miktarı)$

$x_{21} + x_{22} \leq 60.000 \quad (2.\, bileşenin\ arz\ miktarı)$

Negatif olmama kısıtları:

$x_{11}\,,\ x_{12}\,,\ x_{21}\,,\ x_{22} \geq 0$

Böylece lineer programlama modelinin tamamı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$
\begin{aligned}
&Max\ Z = 15x_{11} + 20x_{12} + 11x_{21} + 16x_{22} \\
&\qquad -x_{11} + 9x_{21} \geq 0 \\
&\qquad -7x_{12} + 3x_{22} \geq 0 \\
&\qquad x_{11} + x_{21} \geq 60.000 \\
&\qquad x_{12} + x_{22} \geq 15.000 \\
&\qquad x_{11} + x_{21} \leq 80.000 \\
&\qquad x_{12} + x_{22} \leq 40.000 \\
&\qquad x_{11} + x_{12} \leq 70.000 \\
&\qquad x_{21} + x_{22} \leq 60.000 \\
&\qquad x_{11}\,,\ x_{12}\,,\ x_{21}\,,\ x_{22} \geq 0
\end{aligned}
$$

2.2. Bulanık Doğrusal Programlama Modeli

Doğrusal Programlama, bir doğrusal eşitlik ve\veya eşitsizlik kısıt setini tatmin ederken bir doğrusal fonksiyonu optimize (maksimizasyon veya minimizasyon) etmeye çalışır (Karaatlı ve arkadaşları, 2014).

Uygulamada yaygın bir şekilde kullanılan DP problemi (Kuruüzüm, 1999),

$$\text{maks } Z = c^T x$$

$$x \in X = \{ x \,/\, Ax \leq b \text{ ve } x \geq 0 \} \quad (1)$$

şeklindedir. Burada c ve x, n boyutlu vektörler, A mxn boyutlu bir matris, b de m boyutlu bir vektördür. Amaç fonksiyonundaki katsayıları bulanık olan bir doğrusal programlama problemi ise,

$$\text{maks } Z \cong cTx$$

$$x \in X \quad (2)$$

olarak ifade edilebilir. ″ ~ ″ işareti bulanıklığı anlatmak amacı ile kullanılmaktadır.

α - keseni: Bir A bulanık kümesinin α-keseni, X evrensel kümesinin A'daki üyelik derecesi belirli bir α değerine eşit veya ondan büyük olan bütün elemanlarını içeren

$$A\,\alpha = \{ x \in X \,/\, \mu\, A(x) \geq \alpha \}$$

kümesidir. A kümesinin farklı α kesenlerini temsil eden bütün α ∈ [0,1] seviyeleri kümesi

$$\Lambda A = \{ \alpha \,/\, \mu A\,(x) = \alpha \text{ , bazı } x \in X \text{ için } \}$$

ye A' nın seviyeler kümesi denir.

En genel haliyle bir doğrusal programlama problemi amaç fonksiyonu ve kısıtları ile aşağıdaki gibi yazılabilir (Karaatlı ve arkadaşları, 2014):

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Max / Min } (Z) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \ldots\ldots + c_jx_j + \ldots\ldots + c_nx_3$$

Kısıtlar:

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \ldots\ldots + a_{1j}x_{1j} \ldots\ldots + a_{1n}x_{1n} \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots + a_{2j}x_{2j} \ldots\ldots + a_{2n}x_{2n} \leq b_2$$

.....

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots\ldots + a_{ij}x_{ij} \ldots\ldots + a_{in}x_n \leq b_i$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_{mj}x_j \ldots\ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, \ldots\ldots, x_n \geq 0$$

Z: $c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots.+ c_nx_n$ ile gösterilen amaç fonksiyonu,

c_i: $c_1, c_2, \ldots.., c_n$ Maliyet / kar katsayıları,

x_i: x_1 , x_2 , ..., x_n karar değişkenleri,

a_{ij}: Kısır matrisi A'yı oluşturan teknolojik katsayılar (i = 1,2,.,m) ve j =1,2,..,n (m,n∈ N)),

b_i: Sağ taraf vektörü b'yi oluşturan sağ taraf sabitleri yani kaynaklar

$x_1, \ldots, x_n \geq 0$ negatifsizlik kısıtı olmak üzere doğrusal programlama (DP) problem aşağıdaki gibi yazılabilir:

Amaç Fonksiyonu:

Max / Min (Z) = c.x

Kısıtlar:

$A_x \geq b$

$X \geq 0$

Doğrusal programlama problemlerinde amaç veya kısıt fonksiyonlarının kesin olarak bilinmediği durumlarda bulanık doğrusal programlama yöntemlerine başvurulabilir. Klasik doğrusal programlamadakinin aksine, Bulanık doğrusal programlama problemlerinde amaçlar ve kısıtlar bulanık kümeler şeklinde (G ve C) ifade edilir ve bu bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları

$\mu G(x)$ ve $\mu C(x)$ dir.

Bu durumda bulanık karar kümesi D; D= G ∩C olarak tanımlanır ve üyelik fonksiyonu;

$\mu D(x) = \min(\mu G(x), \mu C(x))$

olur.

Bir maksimizasyon probleminde x1, x2 den daha iyi bir karar ise eğer,

$\mu D(x1) \geq \mu D(x2)$ dir. Dolayısıyla, Zmax µD(x) = Zmax min (µG(x), µC(x)) Olarak maksimizasyon çözümü yazılabilir.

Bulanık doğrusal programlama probleminin en genel gösterim şekli;

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Max} = \sum_{j=1}^{n} cjxj$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^{n} Aijxj \leq B_i (i \in N)$$

$$x_j \geq 0 \ (j \in N)$$

Bu modelde xj, Aij, Bi bulanık sayılar ile ifade edilebilmektir.

Werners yaklaşımında aşağıda gösterildiği gibi başlangıçta c, A, bi ve pi verilmiş fakat bulanık amacın hedefi verilmemiştir.

$$\max Z = c^T x$$

$$(Ax)_i \lesssim b_i + \theta p_i \ , \ \forall i$$

$$\theta \in [0,1]$$

$$x \geq 0$$

Werners, burada amaç fonksiyonunun bulanıklığının bulunabilmesi için, Zimmermann algoritmasında olduğu gibi p0 ve b0 değerlerini karar vericiye sorarak üyelik fonksiyonu oluşturmak yerine karar vericinin bu değerleri veremeyeceğini düşünerek, Z0 (toleransın

0 olduğu) ve Z1 (toleransın tam olduğu) değerlerinin aşağıdaki gibi belirlenebileceğini ifade etmiştir.

Max Z0 = cTx Ax≤b

x≥0 ve

Max Z1 = cTx Ax≤b +p

x≥0

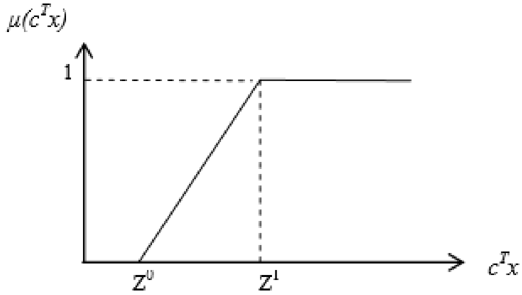
Dolayısıyla Z0 ve Z1 değerlerinin kullanarak amaç fonksiyonu için sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonu oluşturulabilir.

Optimal çözüm, Z0 ve Z1 arasında bir değer alacağı için optimal çözümün değeri arttıkça memnuniyet de artacaktır.

Bu durumda amaç fonksiyonunun ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_0(c^T x) = \begin{cases} 1 & , c^T x > Z^1 \\ 1 - \dfrac{Z^1 - c^T x}{Z^1 - Z^0} & , Z^0 \le c^T x \le Z^1 \\ 0 & , c^T x < Z^0 \end{cases}$$

$$\mu(Ax_i) = \begin{cases} 1 & , (Ax)_i < b_i \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & , b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \\ 0 & , (Ax)_i > b_i + p_i \end{cases}$$



Şekil 2.2. Amaç Fonksiyonu için Üyelik Fonksiyonu

Optimal karara ulaşmak için Bellman ve Zadeh tarafından önerilen min – işlemcisi kullanılarak μD üyelik fonksiyonu ile belirlenen D˜ bulanık karar kümesi elde edilebilir. Model aşağıdaki haliyle Zimmermann tarafından sunulan modele benzeyen simetrik bir modeldir. İki model arasındaki temel fark amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonundaki bulanıklık karar verici tarafından belirlenirken; Werners'in yaklaşımında, modelin kısıtlarındaki bulanıklıktan dolayı amaç fonksiyonu da bulanık hali alır.

$D^{\sim} = G^{\sim} \cap G^{\sim}$

$\mu_D = \min(\mu_0, \mu_1, \ldots, \mu_m) = \lambda$

$\max \lambda$

$\mu_0 \geq \lambda$

$\mu_i \geq \lambda$, □iλ

$\in [0,1]$

$x \geq 0$

veya

$$\max \lambda$$

$$\lambda (Z^1 - Z^0) - c_j x_j \leq - Z^0$$

$$\lambda p_i + \sum_{j=1}^{n} aijxj \leq bi + p_i$$

$$\lambda \in [0,1]$$

$$x \geq 0$$

Görüldüğü üzere optimal karar olan x*'in bulunabilmesi için max (min) işlemcisi kullanılmıştır. Model bu haliyle hem amaç hem de kısıtların birlikte doyumunu sağlayan en yüksek dereceli elemanı aradığı için simetrik bir model teşkil eder.

BÖLÜM 3

UYGULAMA

3.1 Problemin tanımı

Sakız üretimi yapan bir firma bulanık doğrusal programlama ile incelenmektedir. İşletmenin ürünleri için üretim miktarları, makine zamanı kapasiteleri, birim maliyet, satış ve alış fiyatları işletme tarafından belirlenmiştir. Firmada 5 tip sakız üretimi yapılmaktadır. Üretim planlama departmanı, gelen siparişlere göre haftalık, 3-6 aylık planlar öngörmektedir. Fakat geçmiş yıllarda üretilen yoğun miktardaki sakız tonajlarına rağmen net kar oranının beklenenden az olduğu fark edilmiştir.

Şirketin ürünler için belirlediği satış fiyatları piyasanın altında değildir. Aynı şekilde, maliyet değerleri de piyasa ortalamasındadır.

Bu veriler doğrultusunda problem işletmenin aylık kazancını maksimize edecek üretim planını oluşturmaktadır. Yani, işletme hangi tip ürünü ne kadar üretmelidir ki aylık toplam kazancı maksimum olsun

3.2. Karar Probleminin Tanımlanması

Sakız üretim sürecinde 5 ürün grubunda toplamda 14 adet hammadde bulunmaktadır. Hammaddelerin belirli oranlarda karışımı ile beş tip ürün elde edilmektedir. Hammaddelerin işletmeye maliyeti (alış fiyatı) tablo 3.1'de, ürünlerdeki karışım oranları tablo 3.2'de ve ürünlerin üretim zamanları tablo 3.3'de verilmiştir.

Tablo 3.1. Modeldeki Değişkenlerin Birim Fiyat-Maliyet-Kâr Değerler

Ürün adı	Birim fiyat	Birim maliyet	Birim kar
Çok şekerli sakız	0.2	0.1	0.1
Şekersiz sakız	0.5	0.2	0.3
Yuvarlak sakız	0.3	0.05	0.25
Ekşi yuvarlak sakız	0.4	0.08	0.32
Şekerli sakız	0.35	0.12	0.23

Tablo 3.2. Hammadde Kısıtlarına İlişkin Veriler

	Çok şekerli sakız	Şekersiz sakız	Yuvarlak sakız	Ekşi yuvarlak sakız	Şekerli sakız
Maya ihtiyaç miktarı	19.43	25	20	20	25
Glikoz ihtiyaç miktarı	24,11	-	25	25	23
Şeker ihtiyaç miktarı	54	-	60	60	55
Aroma ihtiyaç miktarı	0.6	0.5	1	0.9	0,8
Renklendirici miktarı	0.1	-	0.2	0.25	0.3
Malikasit miktarı	0.18	-	-	0.20	-
Dextroz miktarı	-	-	0.35	0,35	-
Gumarabik miktarı	-	-	0.25	0.25	-
Kalsit miktarı	-	-	5	6	-
Titanyumdioksit miktarı	-	3,5	-	-	-

Tablo 3.3. Zaman Kısıtlarına İlişkin Veriler

Üretim süresi	(Gr / saat)
Çok şekerli sakız üretim süresi	0.31
Şekersiz sakız üretim süresi	0.38
Yuvarlak sakız üretim süresi	0.51
Ekşi yuvarlak sakız üretim süresi	0.58
Şekerli sakız üretim süresi	0.41

İşletmenin normal mesaide üretim yapması ile genel gider masrafları üretilen kg başına 3 TL artmaktadır. Fazla mesai durumunda ise %50 maliyet artışı söz konusu olmaktadır. İşletmenin son ürünleri için satış fiyatları ve alış fiyatları tablo 3.4 ve tablo 3.5'de verilmiştir.

Tablo 3.4. Satış fiyatlarına ilişkin veriler

Ürün	Satış Fiyatları(kg)
Çok şekerli sakız	266
Şekersiz sakız	133
Yuvarlak sakız	226
Ekşi yuvarlak sakız	224
Şekerli sakız	200

Tablo 3.5. Alış fiyatlarına ilişkin veriler

Hammadde	Alış Fiyatları(kg)
Maya	12
Glikoz	15
Şeker	5
Aroma	27
Renklendirici	20
Malikasit	28
Dextroz	13
Gumarabik	24
Kalsit	4
Titanyumdioksit	34
Sitrikasit	18
Gliserin	30
Lesitin	35
Parlatma Ajanı	43

Bu veriler doğrultusunda amacımız, işletmenin aylık kazancını maksimize edecek üretim planını oluşturmaktır. Yani, işletme hangi tip ürünü, hangi mesai türünde ve ne kadar üretmelidir ki toplam kazancı maksimum olsun?

3.3. Modellerin Kurulması

Bu bölümde, problem kısmında verilen üretim planlama problemi için önce klasik doğrusal programlama modeli ile çözüm aranacaktır.

İkinci olarak, verilen toleranslar dahilinde bulanık doğrusal programlama modeli oluşturularak, bulanık çözüm elde edilecektir.

3.3.1. Klasik Model

Kurulacak modele ait değişken ve parametreler tanımlanarak genel ve açık ifade ile klasik doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur.

Değişken ve Parametrelerin Tanımlanması:

İndisler:

i son ürünler (i=1,2,. ,I)

j hammadde çeşidi (j=1,2,… ,J)

Karar Değişkenleri:

NUi: Normal mesaide i. tip üründen elde edilen miktar

FUi: Fazla mesaide i. tip üründen elde edilen miktar

NHij: Normal mesaide i. tip üründeki j. tip hammadde miktarı

FHij: Fazla mesaide i. tip üründeki j. tip hammadde miktarı

NHj: Normal mesaide kullanılan j. tip toplam hammadde miktarı

FHj: Fazla mesaide kullanılan j. tip toplam hammadde miktarı

Parametreler:

Ai: i. tip ürünü oluşturan hammadde çeşitlerinin kümesi

Kj: j. tip hammaddenin yer aldığı ürün tiplerinin kümesi

Bij: Normal ve fazla mesaide j. tip hammaddenin i. tip üründeki karışım yüzdesi

Fi: Normal ve fazla mesaide i. tip ürün için gerekli makine zamanı

NM: Normal mesai makine zamanı kapasitesi

FM: Fazla mesai makine zamanı kapasitesi

s: Birinci ürünün satış fiyatı

p: İkinci ürünün satış fiyatı

m: Üçüncü ürünün satış fiyatı

n: Dördüncü ürünün satış fiyatı

o: Beşinci ürünün satış fiyatı

aj: j. tip hammaddenin alış fiyatı

t: ürünlerin normal mesaide üretimi için katlanılan genel gider maliyeti

v: ürünlerin fazla mesaide üretimi için katlanılan genel gider maliyeti

Modelin Genel İfadesi ile Toplu Formülasyonu:

Modelde belirtilen karar değişkenleri ve parametrelerin tanımlanması ile her bir sınır setinin ve amaç fonksiyonun genel formülasyonu aşağıdaki gibi olacaktır:

1. sınır seti, normal ve fazla mesaide ürünlerin hangi tip hammaddelerden oluştuğunu ifade etmektedir.

$$NU_i \leq \sum_{j \in Ai} NH_{ij}$$

$$(i=1,\ldots\ldots\ldots\ldots,I)$$

$$FU_i \leq \sum_{j \in Ai} FH_{ij}$$

2. sınır seti, normal ve fazla mesaide üretilecek ürün tiplerindeki hammadde çeşitlerinin karışım oranlarını belirlemektedir.

$$NH_{ij} \leq b_{ij} NU_i$$

$$(i=1,\ldots\ldots\ldots\ldots,I)$$

$$FH_{ij} \leq b_{ij} FU_i$$

3. sınır seti, ürünlerde yer alan hammadde tiplerinin normal ve fazla mesaide kullanılan toplam miktarlarını göstermektedir.

$$NH_j \leq \sum_{i \in kj} NHij$$

$$(j=1,\ldots\ldots\ldots\ldots,J)$$

$$FH_j \leq \sum_{i \in kj} FHij$$

4. sınır seti, işletmenin normal mesaide kullanabileceği makine zamanını gösteren kapasite sınırıdır.

$$\sum_{i=1}^{I} f \quad NUUi \leq NM$$

5. sınır seti, işletmenin normal mesaide kullanabileceği makine zamanını gösteren kapasite sınırıdır.

$$\sum_{i=1}^{I} f \quad FUUi \leq FM$$

6. sınır seti, işletmede üretilen ürünlere ait talepleri ifade eden sınırdır.

$$NU_i + FU_i \geq D_i$$

Uygulama yapılan işletmenin üretim planlama problemi için yazılan klasik modelde 6 adet sınır seti bulunmaktadır. Üretilen ürünlere ait satış hasılatları ve üretim maliyetleri sonucunda oluşacak işletme karını maksimize eden amaç fonksiyonunun genel ifadesi ise aşağıdaki gibi olur:

Max

$$\sum_{i=1}^{I} [s_i(NU_1+FU_2) + p(NU_2+FU_2) + m(NU_3+FU_3) + n(NU_4+FU_4) + o(NU_5+FU_5)] -$$

$$\sum_{j=1}^{J} a_j(NH_j+FH_j) - \sum_{i=1}^{I} t\, NU_i - \sum_{i=1}^{I} v\, FU_i$$

Modelin Açıklamalı Formülasyonu:

Sakız fabrikasının üretim planlama problemi için oluşturulan toplu formülasyonunda yer alan her bir sınır setinin açık olarak ifadesi ise aşağıda adım adım anlatılmaktadır. Buna göre 6 sınır seti ve amaç fonksiyonundan oluşan üretim planlama probleminin açık şekilde ifadesi aşağıdaki gibidir:

İndisler:

i son ürünler (i=1,2,. ,I)

j hammadde çeşidi (j=1,2,… ,J)

1. Sınır Seti:

Her bir ürünün hangi çeşit hammaddelerden meydana geldiğini gösteren sınır setidir. Her bir ürünü oluşturan hammadde çeşitleri farklı olabileceğinden ürünleri oluşturan hammadde kümeleri tanımlanmıştır. Buna göre, birinci tip ürünü oluşturan hammaddeler A1={1,2,3,4,5,6,11,12,13}; ikinci tip ürünü oluşturan hammaddeler A2={1,4,10}; üçüncü tip ürünü oluşturan hammaddeler A3={1,2,3,4,5,7,8,9,14}; dördüncü tip ürünü oluşturan hammaddeler A4={1,2,3,4,5,6,7,8,9} ve beşinci tip ürünü oluşturan hammaddeler A5={1,2,3,4,5} kümelerinden oluşmaktadır.

Buna göre (1). sınır setinin açık ifadesi aşağıdaki gibidir:

$NU_1 \leq NH_{11}+NH_{12}+NH_{13}+NH_{14}+NH_{15}+NH_{16}+NH_{1\ 11}+NH_{1\ 12}+NH_{1\ 13}$

$NU_2 \leq NH_{21}+NH_{24}+NH_{2\ 10}$

$NU_3 \leq NH_{31}+NH_{32}+NH_{33}+NH_{34}+NH_{35}+NH_{36}+NH_{37}+NH_{38}+NH_{39}+ NH_{3\ 14}$

$NU_4 \leq NH_{41}+NH_{42}+NH_{43}+NH_{44}+NH_{45}+NH_{46}+NH_{47}+NH_{48}+NH_{49}$

$NU_5 \leq NH_{51}+NH_{52}+NH_{53}+NH_{54}+NH_{55}$

$FU_1 \leq FH_{11}+FH_{12}+FH_{13}+FH_{14}+FH_{15}+FH_{16}+FH_{1\ 11}+FH_{1\ 12}+FH_{1\ 13}$

$FU_2 \leq FH_{21}+FH_{24}+FH_{2\ 10}$

$FU_3 \leq FH_{31}+FH_{32}+FH_{33}+FH_{34}+FH_{35}+FH_{36}+FH_{37}+FH_{38}+FH_{39}+ FH_{3\ 14}$

$FU_4 \leq FH_{41}+FH_{42}+FH_{43}+FH_{44}+FH_{45}+FH_{46}+FH_{47}+FH_{48}+FH_{49}$

$FU_5 \leq FH_{51}+FH_{52}+FH_{53}+FH_{54}+FH_{55}$

2. Sınır Seti:

Normal ve fazla mesaide hammaddelerin ürünler içindeki karışım oranlarını gösteren sınır setidir. Kullanılan bij parametresi her bir hammadde tipinin her bir üründeki miktarını göstermektedir.

Buna göre (2). sınır setinin açık ifadesi aşağıdaki gibidir:

NH11 ≤ 0.18 NU1

NH12 ≤ 0.25 NU1

NH13 ≤ 0.55 NU1

NH14 ≤ 0.005 NU1

$NH15 \leq 0.001\ NU1$

$NH16 \leq 0.0015\ NU1$

$NH1\ 11 \leq 0.0015\ NU1$

$NH1\ 12 \leq 0.007\ NU1$

$NH1\ 13 \leq 0.004\ NU1$

$NH21 \leq 0.9835\ NU2$

$NH24 \leq 0.0073\ NU2$

$NH2\ 10 \leq 0.0092\ NU2$

$NH31 \leq 0.17\ NU3$

$NH32 \leq 0.24\ NU3$

$NH33 \leq 0.55\ NU3$

$NH34 \leq 0.009\ NU3$

$NH35 \leq 0.002\ NU3$

$NH37 \leq 0.0035\ NU3$

$NH38 \leq 0.0025\ NU3$

$NH39 \leq 0.002\ NU3$

$NH3\ 14 \leq 0.003\ NU3$

$NH41 \leq 0.17\ NU4$

$NH42 \leq 0.24\ NU4$

$NH43 \leq 0.55\ NU4$

$NH44 \leq 0.009\ NU4$

$NH45 \leq 0.0025\ NU4$

$NH46 \leq 0.002\ NU4$

$NH47 \leq 0.0035\ NU4$

$NH48 \leq 0.002\ NU4$

$NH49 \leq 0.003\ NU4$

$NH51 \leq 0.21\ NU5$

$NH52 \leq 0.25\text{-}3\ NU5$

$NH53 \leq 0.55\ NU5$

$NH55 \leq 0.008\ NU5$

$NH55 \leq 0.002\ NU5$

$FH11 \leq 0.18\ FU1$

$FH12 \leq 0.25\ FU1$

$FH13 \leq 0.55\ FU1$

$FH14 \leq 0.005\ FU1$

$FH15 \leq 0.001\ FU1$

$FH16 \leq 0.0015\ FU1$

$FH1\ 11 \leq 0.0015\ FU1$

$FH1\ 12 \leq 0.007\ FU1$

$FH1\ 13 \leq 0.004\ FU1$

$FH21 \leq 0.9835\ FU2$

$FH24 \leq 0.0073\ FU2$

$FH2\ 10 \leq 0.0092\ FU2$

$FH31 \leq 0.17\ FU3$

$FH32 \leq 0.24\ FU3$

$FH33 \leq 0.55\ FU3$

$FH34 \leq 0.009\ FU3$

$FH35 \leq 0.002\ FU3$

$FH37 \leq 0.0035\ FU3$

$FH38 \leq 0.0025\ FU3$

$FH39 \leq 0.002\ FU3$

$FH3\ 14 \leq 0.003\ FU3$

$FH41 \leq 0.17\ FU4$

$FH42 \leq 0.24\ FU4$

$FH43 \leq 0.55\ FU4$

$FH44 \leq 0.009\ FU4$

$FH45 \leq 0.0025\ FU4$

$FH46 \leq 0.002\ FU4$

$FH47 \leq 0.0035\ FU4$

$FH48 \leq 0.002\ FU4$

$FH49 \leq 0.003\ FU4$

$FH51 \leq 0.21\ FU5$

$FH52 \leq 0.25\text{-}3\ FU5$

$FH53 \leq 0.55\ FU5$

$FH55 \leq 0.008\ FU5$

$FH55 \leq 0.002\ FU5$

3. Sınır Seti:

Ürünlerin oluşumu için kullanılan hammadde çeşitlerinin toplam kullanımı, o hammadde çeşidinin hangi ürünlerde kullanıldığının gösterilmesi ile elde edilir.

Buna göre (3). sınır setinin açık ifadesi aşağıdaki gibidir:

$NH1 = NH11 + NH21 + NH31 + NH41 + NH51$

$NH2 = NH12 + NH32 + NH42 + NH52$

$NH3 = NH13 + NH33 + NH43 + NH53$

$NH4 = NH14 + NH24 + NH34 + NH44 + NH54$

NH5= NH15 + NH35 +NH45+ NH55

NH6 = NH16 + NH46

NH7 = NH37 + NH47

NH8 = NH38 + NH48

NH9 = NH39 + NH49

NH10 = NH2 10

NH11 = NH1 11

NH12 = NH1 12

NH13 = NH1 13

NH14 = NH3 14

FH1 = FH11 + FH21 +FH31 + FH41 + FH51

FH2 = FH12 + FH32 +FH42 + FH52

FH3 = FH13 + FH33 +FH43 + FH53

FH4 = FH14 + FH24 +FH34+ FH44 + FH54

FH5= FH15 + FH35 +FH45+ FH55

FH6 = FH16 + FH46

FH7 = FH37 + FH47

FH8 = FH38 + FH48

FH9 = FH39 + FH49

FH10 = FH2 10

FH11 = FH1 11

FH12 = FH1 12

FH13 = FH1 13

FH14 = FH3 14

4. Sınır Seti:

İşletmede yapılan gözlemlere göre her bir tip ürünün üretilmesi için gerekli makine zamanlarının (saat olarak);

tip ürün için f1 = 0.31

tip ürün için f2 = 0.38

tip ürün için f3 = 0.51

tip ürün için f4 = 0.58

tip ürün için f5 = 0.41

İşletme günde 12 saat, haftada 7 gün ve ayda 4 hafta çalıştığından, normal mesaide ayda 336 saat çalışma kapasitesine sahiptir.

$$\sum_{i=1}^{5} fi\ NUUi \leq \mathrm{NM}$$

$$0.31\ \mathrm{NUU}_1 + 0.38\ \mathrm{NUU}_2 + 0.51\ \mathrm{NUU}_3 + 0.58\ \mathrm{NUU}_4 + 0.41\ \mathrm{NUU}_5 \leq 336$$

5. Sınır Seti:

İşletme normal mesai dışında günde 3 saat fazla mesai yapma imkanına sahiptir. Aylık fazla mesai kapasitesi ise 84 saat olmaktadır.

$$\sum_{i=1}^{5} fi \; FUUi \leq \mathrm{FM}$$

$$0.31\ FUU_1 + 0.38\ FUU_2 + 0.51\ FUU_3 + 0.58\ FUU_4 + 0.41\ FUU_5 \leq 84$$

6. Sınır Seti:

İşletmede üretim 5 ürün çeşidine olan talepler doğrultusunda yapılmaktadır. Ürün çeşitlerine olan talepler tablo 3.6'da gösterildiği gibidir.

Tablo 3.6. Üretim miktarına ilişkin veriler

Ürün	Normal	Talep
Çok şekerli sakız	2592	2852
Şekersiz sakız	6000	7000
Yuvarlak sakız	5000	5600
Ekşi yuvarlak sakız	5000	5500
Şekerli sakız	2000	3000

$NU1 + FU1 \geq 2852$

$NU2 + FU2 \geq 7000$

NU3 + FU3 ≥ 5600

NU4 + FU4 ≥ 5500

NU5 + FU5 ≥ 3000

Amaç Fonksiyonu:

Üretilen her bir ürünün satıldığı düşünülerek amaç fonksiyonunda 4 ürünün getirisi olarak satış fiyatları bulunmaktadır. Bunun yanında işletmede var olan maliyet unsurları vardır. Bunlardan ilki hammadde alış fiyatlarıdır. İkincisi, işletmenin normal mesaide üretim yapması ile oluşacak normal mesai maliyeti (3 TL/kg); üçüncüsü ise işletmenin fazla mesaide üretim yapması ile oluşacak fazla mesai maliyetidir (4.5 TL/kg).

Bu durumda işletmenin aylık kârını maksimize edecek olan amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\sum_{i=1}^{5} |s_i(NU_1+FU_2) + p(NU_2+FU_2) + m(NU_3+FU_3) + n(NU_4+FU_4) + o(NU_5+FU_5)| -$$

$$\sum_{j=1}^{14} a_j(NH_j+FH_j) - \sum_{i=1}^{I} t\, NU_i - \sum_{i=1}^{I} v\, FU_i$$

Amaç fonksiyonunun açık ifadesi ise aşağıdaki gibidir:

266 NU1 + 266 FU1 + 133 NU2 + 133 FU1 + 226 NU3 + 226 FU3 + 224 NU4 + 224 FU4 + 200 NU5 + 200 FU5 – 12 NH1 – 12 FH1 - 15 NH2 - 15 FH2 - 5 NH3 - 5 FH3 - 27 NH4 -27 FH4 - 20 NH5 -20 FH5 - 28 NH6 - 28 FH6 - 13 NH7 - 13FH7 - 24 NH8 - 24 FH8 - 4 NH9 - 4 FH9 – 34 NH10 - 34 FH10 - 18 NH11 - 18 FH11 - 30 NH12 - 30 FH12

- 35 NH13 - 35 FH13 - 43 NH14 – 43 FH14 - 3 NU1 - 3 NU2 - 3 NU3 - 3 NU4 - 3 NU5 - 4.5 FU1 - 4.5 FU2 - 4.5 FU3 - 4.5 FU4 - 4.5 FU5

Sakız fabrikasının üretim planlama problemi için yazılan 6 sınır seti ve amaç fonksiyonu ile hangi çeşit üründen ne kadar, hangi mesai türünde (normal mesai ve/veya fazla mesai) üretim yapılacağı, kapasitelerin ne kadarının kullanılacağı ve işletmenin en yüksek kârının ne olacağı modelin çözülmesi ile elde edilir. Buna göre klasik modelin, yukarıda açık olarak ifade edilen 6 sınır seti ve amaç fonksiyonu ile gösterimi aşağıdaki gibi yazılır:

Max z

St.

Sınırlar

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

NUi, FUi, NHij, FHij, NHj, FHj, NUUi, FUUi $\geq$ 0
(i=1,2,3,4,5; j=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14)

3.3.2. Bulanık Model

İşletmeden alınan bilgiler doğrultusunda, klasik modeldeki 3. (hammadde miktarı) ve 4. (makine zamanı) sınır setlerinde bulanıklık olduğu belirlenmiştir. Dolayısıyla 3. ve 4. sınırlar dışında diğer tüm sınırlar klasik modelle aynıdır. Bulanık modelde yer alan indisler ve karar değişkenleri tamimiyle klasik model ile aynı olup, parametrelerden ise sadece bulanık olan sınırların sağ taraf sabitlerine ait değerler bulanıktır. Bulanık parametrelerin gösterimi ise aşağıdaki gibidir:

Bulanık Parametreler:

NM ~ : Normal mesai makine zamanına ait bulanık kapasite miktarı
FM ~ : Fazla mesai makine zamanına ait bulanık kapasite miktarı

NH ~: Normal mesaide i. tip ürün için kullanılacak bulanık hammadde miktarı

FH ~ : Fazla mesaide i. tip ürün için kullanılacak bulanık hammadde miktarı

Bulanık sınırların kapalı ve açık ifadesi ile üyelik fonksiyonları aşağıda açıklanmıştır.

Bulanık Sınır Seti:

İşletmeden alınan bilgilere göre fazla mesainin 3 saati aşabileceği ve 4 saate kadar çıkabileceği ifade edilmiştir. Bu durumda işletmede yapılan fazla mesai için günlük olarak 1 saatlik tolerans verildiğinde aylık olarak fazla mesai saati 112 saate çıkacaktır. Aylık çalışma saati bakımından fazla mesai saatindeki tolerans miktarı ise 112-84=28 saat olacaktır. Fazla mesai için verilen tolerans ile aylık fazla mesai sınırı modelde bulanık olarak yer alacaktır. Fazla mesai için yazılacak bulanık sınır ise aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\sum_{i=1}^{5} fi\ FUUi \leq \tilde{FM}$$

$$0.31\ FUU_1 + 0.38\ FUU_2 + 0.51\ FUU_3 + 0.58\ FUU_4 + 0.41\ FUU_5 \leq \tilde{84}$$

Sağ taraf sabiti bulanık olarak verilen sınır için tolerans miktarı bilindiğine göre bulanık sağ taraf sabiti için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\mu(Ax)_{FUUi} = \begin{cases} 1 & (Ax)FUUi \\ 1 - \frac{[(Ax)FUUi - 84]}{112-84} & 84 \leq (Ax)FUUi \leq 112 \\ 0 & (Ax)FUUi > 112 \end{cases}$$

Fazla mesai sınırı için yazılacak üyelik fonksiyonu en az α kadar doyum sağlaması gerektiğinden üyelik fonksiyonu için yazılacak eşitsizlik ise şu şekilde olacaktır:

$$1 - \frac{[(Ax)FUUi - 84]}{28} \geq \alpha$$

üyelik fonksiyonunun hesaplanması sonucunda bulanık modelde aşağıdaki gibi yazılacaktır:

0.31 FUU1 + 0.38 FUU2 + 0.51 FUU3 + 0.58 FUU4 + 0.41 FUU5 ≤ 84 +28 (1- α)

Bulanık Sınır Seti:

İşletmenin geçmiş dönemlere ait talep bilgilerine dayanılarak U1, U2, U3, U4 ve U5 ürünlerinin taleplerinde sırası ile 260, 1000, 600, 500 ve 1000 tonluk tolerans verilebileceği ve taleplerin 2592, 6000, 5000, 5000 ve 2000'e kadar çekilebileceği belirtilmiştir.

Ürünler için verilen toleranslara bağlı olarak üyelik fonksiyonları yazılması gerekmektedir. Buna göre bulanık modelde yazılacak olan sınırlar ve sınırlar için üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi olur:

NU1 + FU1 ≥ 2852~

NU2 + FU2 ≥ 7000~

NU3 + FU3 ≥ 5600~

NU4 + FU4 ≥ 5500~

NU5 + FU5 ≥ 3000~

U1 için üyelik fonksiyonu;

$$\mu(Ax)_{U1} = \begin{cases} 1 & (Ax)U1 < 2592 \\ 1 - \frac{[2852-(Ax)U1]}{2852-2592} & 2592 \leq (Ax)U1 \leq 2852 \\ 0 & (Ax)U1 > 2852 \end{cases}$$

U2 için üyelik fonksiyonu;

$$\mu(Ax)_{U2} = \begin{cases} 1 & (Ax)U2 < 6000 \\ 1 - \frac{[7000-(Ax)U2]}{7000-6000} & 6000 \leq (Ax)U2 \leq 7000 \\ 0 & (Ax)U2 > 7000 \end{cases}$$

U3 için üyelik fonksiyonu;

$$\mu(Ax)_{U3} = \begin{cases} 1 & (Ax)U3 < 5000 \\ 1 - \frac{[5600-(Ax)U3]}{5600-5000} & 5000 \leq (Ax)U3 \leq 5600 \\ 0 & (Ax)U3 > 5600 \end{cases}$$

U4 için üyelik fonksiyonu;

$$\mu(Ax)_{U4} = \begin{cases} 1 & (Ax)U4 < 5000 \\ 1 - \dfrac{[5500-(Ax)U4]}{5500-5000} & 5000 \leq (Ax)U4 \leq 5500 \\ 0 & (Ax)U4 > 5500 \end{cases}$$

U5 için üyelik fonksiyonu;

$$\mu(Ax)_{U5} = \begin{cases} 1 & (Ax)U5 < 2000 \\ 1 - \dfrac{[3000-(Ax)U5]}{3000-2000} & 2000 \leq (Ax)U5 \leq 3000 \\ 0 & (Ax)U5 > 3000 \end{cases}$$

Sınırlar için yazılan üyelik fonksiyonlarının en az α kadar bir doyuma ulaşması gerektiğinden üyelik fonksiyonları için yazılacak eşitsizlikler sırası ile aşağıdaki gibidir:

$$1 - \frac{[2852-(Ax)U1]}{260} \geq \alpha$$

$$1 - \frac{[7000-(Ax)U2]}{1000} \geq \alpha$$

$$1 - \frac{[5600-(Ax)U3]}{600} \geq \alpha$$

$$1 - \frac{[5500-(Ax)U4]}{500} \geq \alpha$$

$$1 - \frac{[3000-(Ax)U5]}{1000} \geq \alpha$$

Yazılan bu eşitsizlikler bulanık model içinde aşağıdaki gibi yer alır:

$(Ax)U1 \geq 2852 - 260\ (1-\alpha)$

$(Ax)U2 \geq 7000 - 1000\ (1-\alpha)$

$(Ax)U3 \geq 5600 - 600\ (1-\alpha)$

$(Ax)U4 \geq 5500 - 500\ (1-\alpha)$

$(Ax)U5 \geq 3000 - 1000\ (1-\alpha)$

Her bir (Ax) yerine konduğunda ise modeldeki sınırlar aşağıdaki gibi olur:

$NU1 + FU1 \geq 2852 - 260\ (1- \alpha\ )$

$NU2 + FU2 \geq 7000 - 1000\ (1- \alpha\ )$

$NU3 + FU3 \geq 5600 - 600\ (1- \alpha\ )$

$NU4 + FU4 \geq 5500 - 500\ (1- \alpha\ )$

$NU5 + FU5 \geq 3000 - 1000\ (1- \alpha\ )$

Sadece sağ taraf sabitleri bulanık olan modele ait toplu gösterim ise aşağıdaki gibi olur:

Max z

St.

Sınırlar

(1)

(2)

(3)

(4)

(5) (Bulanık)

(6) (Bulanık)

ve

NUi, FUi, NHij, FHij, NHj, FHj, NUUi, FUUi $\geq$ 0

(i=1,2,3,4,5; j=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14)

Ele alınan üretim planlama probleminde bulanıklığın kaynağını fazla mesai ve üretim miktarı oluşturmaktadır. Yani modelde sağ taraf sabitlerinin bulanıklığı söz konusudur. İşletme sahibi amaç fonksiyonu ile ilgili herhangi bir tolerans değeri vermediğinden, bu üretim planlama probleminin Werners yaklaşımına göre (sağ taraf sabitlerinden dolayı amaç fonksiyonun da bulanık olduğu çözüm yaklaşımı) çözümü daha uygundur.

Werners yaklaşımına göre, bulanık model önce α=1 için çözülerek amacın alt sınırı (z0) elde edilir. Bulunan alt sınır aynı zamanda klasik modelin amaç fonksiyon değeri olup,α yerine 1 yazılması toleransların hiç kullanılmadığı anlamına gelmektedir. α=1 için elde edilen alt sınır, z0=156435066.173 TL bulunur.

Daha sonra bulanık model, α=0 için çözülerek amacın üst sınırı (z1) elde edilir. Bu durum ise toleransların tam kullanılması ile elde edilen amaç değeridir. α=0 için elde edilen üst sınır, z1=167097956.89 TL bulunur.

Alt ve üst sınırı bulunan amaç fonksiyonu için tolerans değeri; z1-z0=167097956.89-156435066.173=10662890.717 şeklinde hesaplanır.

Tolerans değeri belirlenen amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır:

$$\mu(z) = \begin{cases} 1 & (Cx) > 156435066.173 \\ 1 - \dfrac{[167097956.89 - (Ax)]}{167097956.89 - 156435066.173} & 156435066.173 \leq (Cx) \leq 167097956.89 \\ 0 & (Cx) < 156435066.173 \end{cases}$$

Elde edilen üyelik fonksiyonunun en az α kadar bir doyuma ulaşmasını gerektiren eşitsizlikten elde edilecek sınır aşağıdaki gibi olur:

$$z \geq 167097956.89 - 10662890.717\,(1-\alpha)$$

Bulanık modelde verilecek karar ise, bulanık amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu ve bulanık sınırlara ait üyelik fonksiyonlarının kesişimleri sonucunda, hem sınırların hem de amaç fonksiyonunun ortak doyum derecelerinin en azının en çoklanması (maximize edilmesi) olur. Buna göre ifade edilen bu durum aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\max \left| \min \left(1-\frac{167097956.89-(Z)}{10662890.717}\right),\left(1-\frac{[2852-(Ax)U1]}{260}\right),\left(1-\frac{[7000-(Ax)U2]}{1000}\right),\left(1-\frac{[5600-(Ax)U3]}{600}\right), \right]$$

$$\left(1-\frac{[5500-(Ax)U4]}{500}\right),\left(1-\frac{[3000-(Ax)U5]}{1000}\right)$$

Böylece, amaç fonksiyonunda ortak doyum derecesi olan α maksimize edilir. Werners çözüm yaklaşımına göre elde edilen bulanık model amaç fonksiyonunun sınır halinde yazılmasından dolayı 6 sınır setinden oluşur. Amaç fonksiyonu ise max α olacaktır.

Buna göre üretim planlama problemine ait bulanık doğrusal programlama modelinde, klasik modeldeki ilk 6 sınır seti aynı olup, sadece 5. ve 6. sınır setleri ile amaç fonksiyonuna ait sınır seti bulanık olarak yer alır. Werners yaklaşımına göre oluşturulan bulanık model aşağıdaki gibidir.

Max α St.

Sınırlar Amaç fonksiyonu sınırı (bulanık)

(1)

(2)

(3)

(4)

(5) (Bulanık)

(6) (Bulanık) ve

NUi, FUi, NHij, FHij, NHj, FHj, NUUi, FUUi $\geq$ 0 (i=1,2,3,4,5; j=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14)

3.3. Klasik ve Doğrusal Programlama Modellerinin çözüm sonuçlarının karşılaştırılması

Uygulamada ele alınan üretim planlama probleminin çözümü için klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri (Ek-1 ve Ek-3) Lingo 17.0 programında kodlanmıştır. Oluşturulan modeller 14 (klasik model) ve 28 (bulanık model) iterasyon adımında çözülmüştür.

Klasik ve bulanık modellerin çözümünden elde edilen sonuçlar (Ek-2 ve Ek-4) incelendiğinde, öncelikle işletmenin elde edebileceği kâr açısından, klasik modelde 156435066.173 TL/ay; bulanık model ise 167097956.89 TL/ay getiri söz konusudur. Bulanık modelde 0,50 üyeliğinde elde edilen kâr klasik modele göre 5331445.3585 TL/ay daha fazladır. Karşılaştırma sonuçları tablo 3.7'de gösterilmektedir.

Tablo 3.7. Klasik ve Bulanık modellerde kâr katkılarının karşılaştırılması

	Klasik Model	Bulanık Model
Kar	156435066.173	167097956.89

Üretim sürecinin son ürünleri için sonuçlar tablo 3.8'de özetlenmiştir. Klasik modelin çözüm sonuçlarına göre; NU1, NU2, NU3, NU4 ve NU5 ürünleri verilen talepler doğrultusunda normal mesai ile üretilen ürünlerdir. U1, talep sınırının üzerinde (93253 kg) üretilirken, U2 ise talep sınırının daha altında (33929 kg) üretilmiştir, U3 de talep sınırının daha altında (173296 kg), U4 talep sınırının daha altında (185304 kg) ve U5 de talep sınırının altında (112000 kg) üretilmiştir.

Tablo 3.8. Ana ürünlerden klasik ve bulanık modellerde üretilen miktarları

Ürün	Klasik Model	Bulanık Model
NU_1	85973	308310
FU_1	7280	33440
TOPLAM U_1	**93253**	**341750**
NU_2	33440	168000
FU_2	489	489
TOPLAM U_2	**33929**	**17289**
NU_3	156799	14000
FU_3	16497	16497
TOPLAM U_3	**173296**	**30497**
NU_4	154000	140000
FU_4	31304	31304
TOPLAM U_4	**185304**	**171304**
NU_5	84000	56000
FU_5	28000	28000
TOPLAM U_5	**112000**	**84000**

Bulanık modelin sonuçlarına bakıldığında, klasik modelden farklı bir sonuç ile karşılaşılmaktadır. Bulanık modele göre, U1 ürünü hariç diğer dört üründe klasik modelde üretilen miktarından daha fazla üretilmektedir.

Bulanık modelin çözümünde ise, son ürünlerin miktarına bağlı olarak H2 ve H6 kullanılan miktarlar artarken, diğer 12 hammaddeden kullanılan miktar az da olsa azalmaktadır. Yani model maliyet katkısı en yüksek olan 12 hammaddenin kullanımını azaltmıştır.

Optimal çözüme göre bulanık modelde maliyet katkısı 12 TL/kg olan 1. tip hammaddde normal mesai ve fazla mesaide toplam 277613 kg/ay kullanmaktadır.

Alış fiyatı 15 TL/kg olan 2. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 275773 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 3 TL/kg olan 3. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 261061 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 27 TL/kg olan 4. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 5299 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 20 TL/kg olan 5. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 945 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 28 TL/kg olan 6. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 109182 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 13 TL/kg olan 7. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 1087 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 24 TL/kg olan 8. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 3472 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 4 TL/kg olan 9. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 3598 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 34 TL/kg olan 10. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 1802 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 18 TL/kg olan 11. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 119 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 30 TL/kg olan 12. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 559 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 35 TL/kg olan 13. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 319 kg/ay olarak kullanmıştır.

Alış fiyatı 43 TL/kg olan 14. tip hammadde normal ve fazla mesaide toplam 470 kg/ay olarak kullanmıştır.

Tablo 3.9. Klasik ve bulanık modellerde kullanılan hammadde miktarları

Hammadde	**Klasik Model**	**Bulanık Model**
NH1	277614	237650
FH1	39963	39963
Toplam H1	317577	277613
NH2	113876	260121
FH2	15652	15652
Toplam H2	129528	275773
NH3	261059	224717
FH3	36343	36344
Toplam H3	297402	261061
NH4	5299	4557
FH4	742	742
Toplam H4	6041	5299
NH5	946	814
FH5	131	131
Toplam H5	1077	945
NH6	427	109144
FH6	38	38
Toplam H6	465	109182
NH7	1087	980
FH7	107	107

Toplam H7	1194	1087
NH8	3472	3150
FH8	322	322
Toplam H8	3794	3472
NH9	3598	3220
FH9	378	378
Toplam H9	3976	3598
NH10	1803	1545
FH10	257	257
Toplam H10	2060	1802
NH11	119	108
FH11	11	11
Toplam H11	130	119
NH12	5589	508
FH12	51	51
Toplam H12	5640	559
NH13	319	290
FH13	29	29
Toplam H13	348	319
NH14	470	420
FH14	50	50
Toplam H14	520	470

H2 ve H6 hammaddesinin normal mesaide kullanımı, bulanık modelde klasik modelden daha fazladır.

Klasik ve Bulanık modellerin her ikisi de üretim yaptıkça kâr eldesi artan modellerdir. Dolayısıyla her iki model de mümkün olduğunca kapasitelerin tamamını kullanmaktadır. Klasik ve bulanık modellerde çalışma saati kapasitesi tablo 3.10'da gösterilmektedir.

Tablo 3.10. Klasik ve bulanık modellerde çalışma saati kapasitesi

		Bulanık Model		Klasik Model	
	İşlem Zamanı (saat/kg)	Üretilecek Miktar	Kapasite ihtiyacı	Üretilecek Miktar	Kapasite ihtiyacı
NUU1	0,31	26651	8261,81	95576	29628,56
NUU2	0,38	74480	28302,4	63840	24259,2
NUU3	0,51	79967	40783,17	7140	3641,4
NUU4	0,58	89320	51805,6	81200	47096
NUU5	0,41	34440	14120,4	22960	9413,6
FUU1	0,31	10366	3213,46	10366	3213,46
FUU2	0,38	186	70,68	186	70,68
FUU3	0,51	8413	4290,63	8413	4290,63
FUU4	0,58	18156	10530,48	18156	10530,48
FUU5	0,41	11480	4706,8	11480	4706,8
Toplam		**353459**	**166085,43**	**319317**	**136850,81**

Klasik modelde 336 saat/ay normal kapasite ve 84 saat/ay fazla mesai kapasitesi tamamen kullanılmaktadır (toplam 392 saat). Bulanık modelde ise, fazla mesaiye verilen 28 saat/ay'lık toleransın üyelik derecesinde (0,50) kullanımı söz konusu olup toplam fazla mesai saati 84'den 98 saate çıkmaktadır. Bulanık modelde fazla mesai için verilen toleransın yarısı kullanılarak yukarıda açıklanan sonuçlara ulaşılmıştır. Klasik ve Bulanık modellerin karşılaştırılması sonucunda gözlenen önemli bir nokta da bulanık doğrusal programlamanın mümkün olduğunca az kaynak artışı ile garanti altına alınan karı en büyüklemeye çalışmasıdır. Bu durum bulanık doğrusal programlamanın esnekliğinin yanında önemli bir diğer avantajını oluşturmaktadır. Gerçek yaşamda işletmelerin karşılaşabileceği talep miktarındaki değişiklikler, siparişlerin ertelenmesi/iptali, hammadde temin edilememesi/gecikmesi, makine arızaları, öngörülmeyen işçi kaynaklı problemler/gecikmeler gibi belirsiz durumlar dikkate alındığında bulanık doğrusal programlama daha esnek ve daha uygulanabilir çözümler sunmaktadır.

BÖLÜM 4

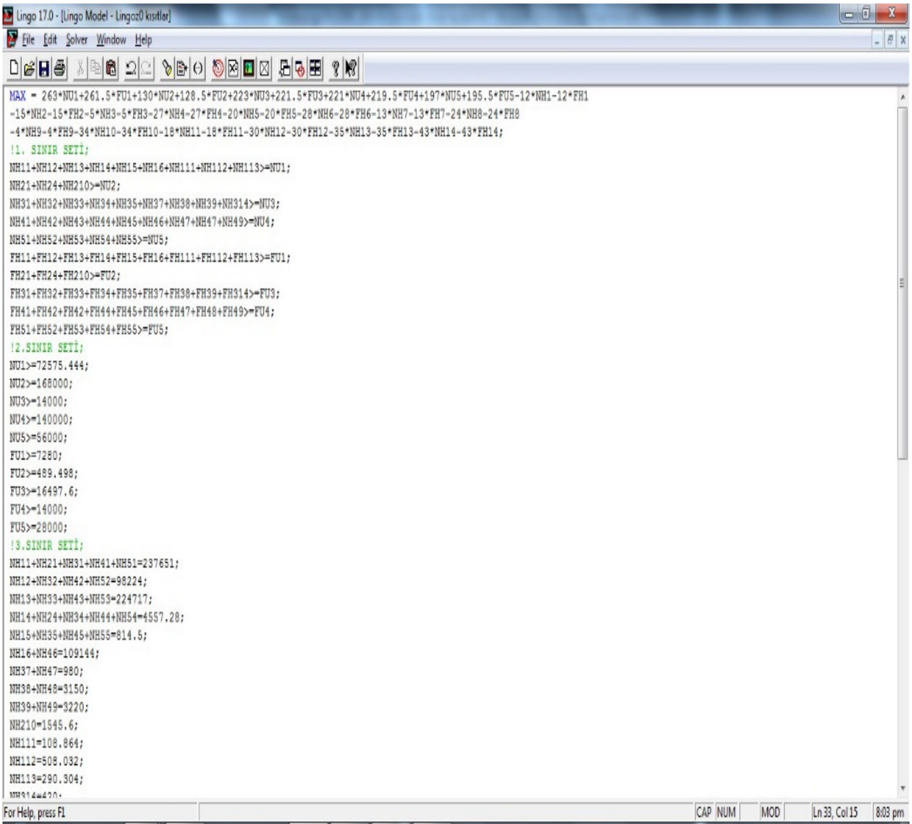
SONUÇ

Bu çalışmada, üretim planlama ele alınmış, ardından klasik ve bulanık doğrusal programlama ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Çalışma kapsamında anlatılan bulanık doğrusal programlama yaklaşımlarından sağ taraf sabitlerinin bulanık olmasından dolayı amaç fonksiyonun da bulanık olması durumu çalışmanın uygulama problemine daha uygun bulunmuştur. Çünkü işletme ile yapılan görüşmelerde amaç fonksiyonu için herhangi bir tolerans değeri verilmemiş, sadece bazı sınırlarda verilen tolerans değerleri ile problemde en yüksek ve en düşük amaç fonksiyonu değerleri belirlenerek amaç fonksiyonu tolerans değeri elde edilmeye çalışılmıştır. Bulanık doğrusal programlamada karar vericinin belirlediği sınırlar içinde optimum çözümler araştırılmaya çalışılır.

Sonuç olarak, bulanık doğrusal programlama klasik doğrusal programlamada olduğu gibi sadece en iyi çıktıyı vermesinin yanında ayrıca girdilerin en iyi şekilde tasarlanmasına da yardımcı olmaktadır.

EK 1: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ İÇİN KLASİK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ




```
MAX = 263*NU1+261.5*FU1+130*NU2+128.5*FU2+223*NU3+221.5*FU3+221*NU4+219.5*FU4+197*NU5+195.5*FU5-12*NH1-12*FH1
-15*NH2-15*FH2-5*NH3-5*FH3-27*NH4-27*FH4-20*NH5-20*FH5-28*NH6-28*FH6-13*NH7-13*FH7-24*NH8-24*FH8
-4*NH9-4*FH9-34*NH10-34*FH10-18*NH11-18*FH11-30*NH12-30*FH12-35*NH13-35*FH13-43*NH14-43*FH14;
!1. SINIR SETİ;
NH11+NH12+NH13+NH14+NH15+NH16+NH111+NH112+NH113>=NU1;
NH21+NH24+NH210>=NU2;
NH31+NH32+NH33+NH34+NH35+NH37+NH38+NH39+NH314>=NU3;
NH41+NH42+NH43+NH44+NH45+NH46+NH47+NH47+NH49>=NU4;
NH51+NH52+NH53+NH54+NH55>=NU5;
FH11+FH12+FH13+FH14+FH15+FH16+FH111+FH112+FH113>=FU1;
FH21+FH24+FH210>=FU2;
FH31+FH32+FH33+FH34+FH35+FH37+FH38+FH39+FH314>=FU3;
FH41+FH42+FH42+FH44+FH45+FH46+FH47+FH48+FH49>=FU4;
FH51+FH52+FH53+FH54+FH55>=FU5;
!2.SINIR SETİ;
NU1>=72575.444;
NU2>=168000;
NU3>=14000;
NU4>=140000;
NU5>=56000;
FU1>=7280;
FU2>=489.498;
FU3>=16497.6;
FU4>=14000;
FU5>=28000;
!3.SINIR SETİ;
NH11+NH21+NH31+NH41+NH51=237651;
NH12+NH32+NH42+NH52=98224;
NH13+NH33+NH43+NH53=224717;
NH14+NH24+NH34+NH44+NH54=4557.28;
NH15+NH35+NH45+NH55=814.5;
NH16+NH46=109144;
NH37+NH47=980;
NH38+NH48=3150;
NH39+NH49=3220;
NH210=1545.6;
NH111=108.864;
NH112=508.032;
NH113=290.304;
NH314=420;
```

EK 2: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ İÇİN KLASİK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ ÇÖZÜMÜ

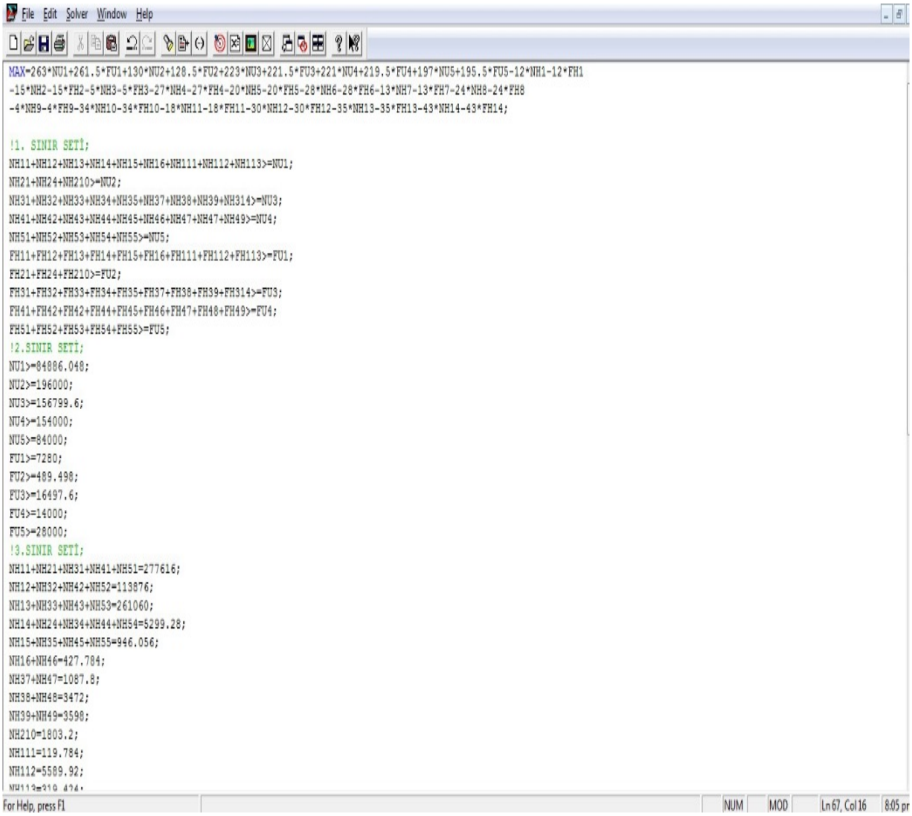
File Edit Solver Window Help

```
Global optimal solution found.
Objective value:                  156435066.17399999
Infeasibilities:                  0.000000000000000
Total solver iterations:                         28
Elapsed runtime seconds:                       0.09

Model Class:                                     LP

Total variables:                  100
Nonlinear variables:                0
Integer variables:                  0

Total constraints:                 56
Nonlinear constraints:              0

Total nonzeros:                   216
Nonlinear nonzeros:                 0
```

Variable	Value	Reduced Cost
NU1	85973.847999999998	0.000000000000000
FU1	33440.862000000001	0.000000000000000
NU2	196000.00000000000	0.000000000000000
FU2	489.49799999999999	0.000000000000000
NU3	156799.60000000001	0.000000000000000
FU3	16497.599999999999	0.000000000000000
NU4	154000.00000000000	0.000000000000000
FU4	31304.000000000000	0.000000000000000
NU5	84000.000000000000	0.000000000000000
FU5	28000.000000000000	0.000000000000000
NH1	0.000000000000000	12.00000000000000
FH1	0.000000000000000	12.00000000000000
NH2	0.000000000000000	15.00000000000000
FH2	0.000000000000000	15.00000000000000
NH3	0.000000000000000	5.000000000000000
FH3	0.000000000000000	5.000000000000000
NH4	0.000000000000000	27.00000000000000
FH4	0.000000000000000	27.00000000000000
NH5	0.000000000000000	20.00000000000000

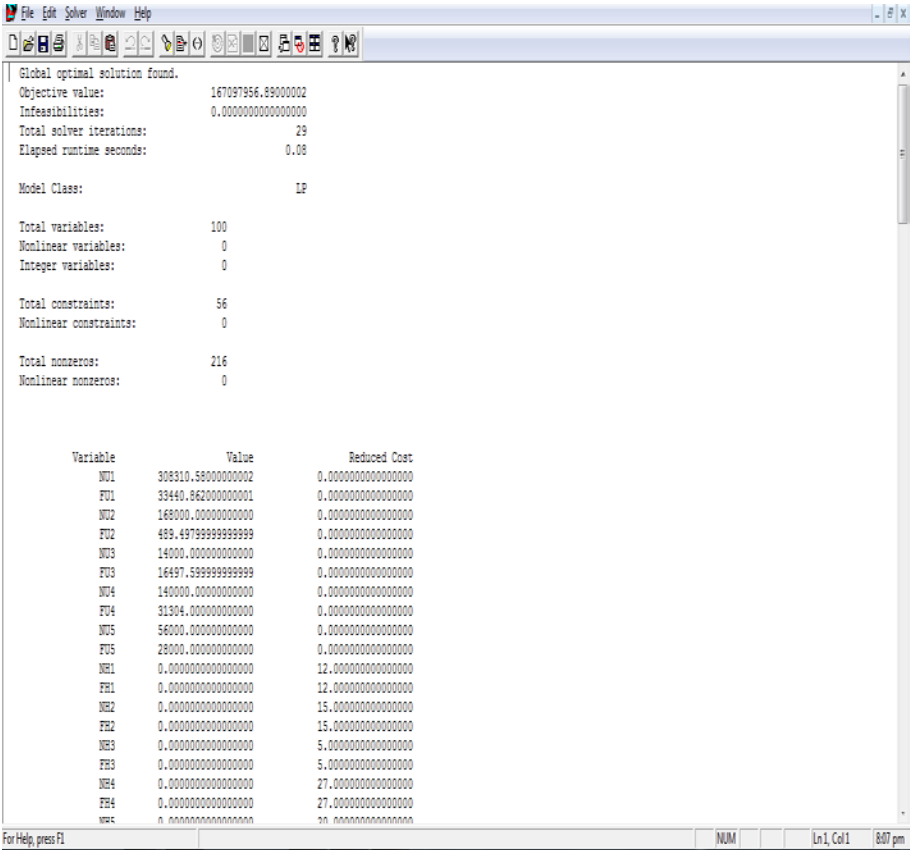
For Help press F1 NUM Ln1 Col1

EK 3: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ İÇİN BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ




```
MAX=263*NU1+261.5*FU1+130*NU2+128.5*FU2+223*NU3+221.5*FU3+221*NU4+219.5*FU4+197*NU5+195.5*FU5-12*NH1-12*FH1
-15*NH2-15*FH2-5*NH3-5*FH3-27*NH4-27*FH4-20*NH5-20*FH5-28*NH6-28*FH6-13*NH7-13*FH7-24*NH8-24*FH8
-4*NH9-4*FH9-34*NH10-34*FH10-18*NH11-18*FH11-30*NH12-30*FH12-35*NH13-35*FH13-43*NH14-43*FH14;

!1. SINIR SETİ;
NH11+NH12+NH13+NH14+NH15+NH16+NH111+NH112+NH113>=NU1;
NH21+NH24+NH210>=NU2;
NH31+NH32+NH33+NH34+NH35+NH37+NH38+NH39+NH314>=NU3;
NH41+NH42+NH43+NH44+NH45+NH46+NH47+NH47+NH49>=NU4;
NH51+NH52+NH53+NH54+NH55>=NU5;
FH11+FH12+FH13+FH14+FH15+FH16+FH111+FH112+FH113>=FU1;
FH21+FH24+FH210>=FU2;
FH31+FH32+FH33+FH34+FH35+FH37+FH38+FH39+FH314>=FU3;
FH41+FH42+FH42+FH44+FH45+FH46+FH47+FH48+FH49>=FU4;
FH51+FH52+FH53+FH54+FH55>=FU5;
!2.SINIR SETİ;
NU1>=84886.048;
NU2>=196000;
NU3>=156799.6;
NU4>=154000;
NU5>=84000;
FU1>=7280;
FU2>=489.498;
FU3>=16497.6;
FU4>=14000;
FU5>=28000;
!3.SINIR SETİ;
NH11+NH21+NH31+NH41+NH51=277616;
NH12+NH32+NH42+NH52=113876;
NH13+NH33+NH43+NH53=261060;
NH14+NH24+NH34+NH44+NH54=5299.28;
NH15+NH35+NH45+NH55=946.056;
NH16+NH46=427.784;
NH37+NH47=1087.8;
NH38+NH48=3472;
NH39+NH49=3598;
NH210=1803.2;
NH111=119.784;
NH112=5589.92;
NH113=319.424;
```

EK 4: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ İÇİN BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ ÇÖZÜMÜ



```
File  Edit  Solver  Window  Help

  Global optimal solution found.
  Objective value:                     167097956.89000002
  Infeasibilities:                     0.000000000000000
  Total solver iterations:                            29
  Elapsed runtime seconds:                          0.08

  Model Class:                                        LP

  Total variables:                   100
  Nonlinear variables:                 0
  Integer variables:                   0

  Total constraints:                  56
  Nonlinear constraints:               0

  Total nonzeros:                    216
  Nonlinear nonzeros:                  0



                       Variable           Value        Reduced Cost
                            NU1    308310.5800000002   0.000000000000000
                            FU1    33440.86200000001   0.000000000000000
                            NU2    168000.0000000000   0.000000000000000
                            FU2    489.4979999999999   0.000000000000000
                            NU3    14000.00000000000   0.000000000000000
                            FU3    16497.59999999999   0.000000000000000
                            NU4    140000.0000000000   0.000000000000000
                            FU4    31304.00000000000   0.000000000000000
                            NU5    56000.00000000000   0.000000000000000
                            FU5    28000.00000000000   0.000000000000000
                            NH1    0.000000000000000   12.00000000000000
                            FH1    0.000000000000000   12.00000000000000
                            NH2    0.000000000000000   15.00000000000000
                            FH2    0.000000000000000   15.00000000000000
                            NH3    0.000000000000000   5.000000000000000
                            FH3    0.000000000000000   5.000000000000000
                            NH4    0.000000000000000   27.00000000000000
                            FH4    0.000000000000000   27.00000000000000

For Help, press F1                                NUM     Ln 1, Col 1   8:07 pm
```

KAYNAKLAR

Acar, H. H. Gül, A.U. Gümüş, S. (2000). Bölmeden çıkarma çalışmalarında toplam maliyetin minimizasyonu için doğrusal programlama kullanımı, Turkish Journal of Agriculture and Forestry, Tübitak, 24, sayfa 383-391

Alaybeyoğlu, E. (2013). Fiyatlandırma stratejilerinin bulanık doğrusal programlama yaklaşımları ile değerlendirilmesi. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Galatasaray Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul

Albey, E. (2012). Capacıty Modeling In Aggregate Production Planning: Multi-Dimensıonal Clearing Functions And Iterative Linear Programming-Simulation Approaches. (Basılmamış Doktora Tezi). Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul

Arana-Jimenez, M. Blanco, V. (2019). On a fully fuzzy framework for minimax mixed integer linear programming. Computers&Industrial Engineering 128, page 170-179

Arya

Arslankaya, S. Çalık, G. (2016). Optimization of the production processes of trial tires at a tire-producing company with the simulation technique. 5th International Conference on Leadership, Technology, Innovation and Business Management. Procedia - Social and Behavioral Sciences 229 (2016) 88 – 95

Aydın, E. (2007). Katı atık yönetiminde optimal planlama için bulanık doğrusal programlama yaklaşımı. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Ballı, H. (2014). Bulanık doğrusal programlama modeli ile bir kamu kurumu için tesis yeri seçimi. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi) Kara Harp Okulu Savunma Bilimleri Enstitüsü Harekat Araştırması Anabilim Dalı, Ankara

Başkaya, Z. (2013). Bulanık Doğrusal Programlama. Ekin kitabevi.

Bircan, H. Kartal, Z. (2003). Doğrusal Programlama Tekniği İle Kapasite Planlaması Yaklaşımı Ve Çimento İşletmesinde Bir Uygulaması. Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt XXII, Sayı 1, sayfa 213-232

Bolayır, B. (2016). Bulanık Doğrusal Programlamanın Gıda Ve Tarım Ürünleri Atıklarının Geri Dönüşümünde Faaliyet Gösteren Bir İşletmede Uygulaması. (Basılmamış Doktora Tezi) Cumhuriyet Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Sayısal Yöntemler Bilim Dalı, Sivas

Bostancı, B. Demir, H. (2011). Taşınmaz geliştirmede doğrusal programlama. TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 13. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 18-22 Nisan, Ankara

Bozdağ, N. Türe, H. (2008). Bulanık doğrusal programlama ve İMKB üzerine bir uygulama. Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 10/1, sayfa 1-18

Cavagnini, R. Hewitt, M. Maggioni F. (2019). Workforce production planning under uncertain learning rates. International Journal of Production Economics, doi: https://doi.org/10.1016/j.ijpe. 2019.107590 .

Cebeci, M. (2011). Bulanık Doğrusal Programlama ile Portföy Optimizasyonu. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Konya

Ceyhun Sabır. E, (2000). Risng ve Open-End İplik üretim sistemlerinde üretim planlaması için doğrusal programlama yaklaşımı ve endüstriyel uygulaması. (Basılmamış Doktora Tezi) Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Adana

Chen, S-M. Han W-H. (2018). A new multiattribute decision making method based on multiplication operations of interval-valued intuitionistic fuzzy values and linear programming methodology. Information Science, 429, page 421-432

Çevik, O. (2006). Tam Sayılı Doğrusal Programlama ile İşgücü Planlaması ve bir uygulama. Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt VIII, sayı 1, sayfa 157-171

Das, S.K. Edalatpanah, S.A. Mandal, T. (2018). A proposed model for solving fuzzy linear fractional programmingproblem: Numerical Point of View. Journal of Computational Science, 25, page 367-375

Dervişoğlu, E. (2005). Fuzzy Linear Programming: review and implementation. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi) Sabancı Üniversitesi, İstanbul

Dong, J-Y. Wan, S-P. (2018). A new trapezoidal fuzzy linear programming method considering the acceptance degree of fuzyy constraints violated. Knowledge-Based Systems, 148, page 100-114

Ebrahimnejad, A. (2019). An effective computational attempt for solving fully fuzzy linear programming using MOLP problem. Journal of Industrial and Production Engineering, 36:2, 59-69, DOI: 10.1080/21681015.2019.1585391

Edis, E.B. Ilgin, M.A. Sancar Edis, R. (2019). Disassembly line balancing with sequencing decisions: A mixed integer linear programming model and extensions. Journal of Cleaner Production, 238

Ergülen, A. Kazan, H. (2007). Taşımacılık sektörünün işleyiş süreci, bulanık dağıtım probleminin tamsayılı doğrusal programlama model denemesi. Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, Cilt 3, Sayı 6, sayfa 109-125

Fan, Y.R. Huang, G.H. Jin, L. Suo, M.Q. (2014). Solid waste management under uncertainty: a generalized fuzzy linear programming approach. Civil Engineering and Environmental Systems, 31:4, 331-346, DOI: 10.1080/10286608.2014.913031

Gül, A.U. Acar, H.H. Topalak, Ö. (2000). Ormancılıkta üretim çalışmalarında mekanizasyon ihtiyacının doğrusal programlama yoluyla belirlenmesi. Turkish Journal of Agriculture and Forestry, Tübitak, 24, sayfa 375-382

Gül, M.L. Elevli S. (2006). Tamsayılı doğrusal programlama ile bir çimento nakliye probleminin çözümü. Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 22 (1-2) sayfa 229-241

Gülcan, B. (2012). Bulanık Doğrusal Programlama Ve Bir Bisküvi İşletmesinde Optimum Ürün Formülü Oluşturma. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Karamanoğlu Mehmet Bey Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Karaman

Gülenç, İ.F. Karabulut B. (2005). Doğrusal hedef programlama ile bir üretim planlama probleminin çözümü. Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 9, sayfa 55-68

Güneş, M. Umarusman N. (2003). Bir karar destek aracı bulanık hedef programlama ve yerel yönetimlerde vergi optimizasyonu uygulaması. Review of Social, Economic&Business Studies, Vol. 2, page 242-255

Gürbüz, H. Cömert, E. (2010). Bakım planlama faaliyetlerinde tam sayılı doğrusal programlama ve bir uygulama. Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi, Cilt 4, Sayı 7

Haghighi, M.H. Meysam Mousavi, S. Mohagheghi, V. (2019). A new soft computing model based on linear assignment and linear programming technique for multidimensional analysis of preference with interval type-2 fuzzy sets. Applied Soft Computing Journal 77, page 780-796

Jodlbauer, H. Strasser, S. (2019). Capacity-driven production planning. Computers in Industry, 113

Kabak, Ö. (2008). Olabilirsel doğrusal programlama ile tedarik zinciri ağ yapısının modellenmesi ve bir uygulama. (Basılmamış Doktora Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı. İstanbul

Kanai, Y. Miura, T. Hirao, Y. (2000). Decision-making Methodology of Optimal Shielding Materials by Using Fuzzy Linear Programming. Journal of Nuclear Science and Technology, 37:sup1, 556-560, DOI: 10.1080/00223131.2000.10874949

Kara, H. (2018) Gri tamsayılı doğrusal programlama metodu ile entansif hayvancılık işletmesinde satın alma planlaması: Konya (Ereğli) örneği. (Basılmamış Doktora Tezi). Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı. Isparta

Karaatlı, M. Ömürbek, N. Yılmaz, H. (2014). Mobilya sektöründe bulanık doğrusal programlama tekniği ile üretim planlaması uygulaması. Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi, Cilt 10, Sayı 22

Kaya, Ö. (2007). Bulanık Doğrusal Programlama ve Üretim Planlama Üzerine Bir Uygulama. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

Kudak, H. (2007). Doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama savunma silahlarının dağıtımında matlab uygulaması. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Yöneylem Araştırması Bilim Dalı, İstanbul

Kuruüzüm, A. (1999). Bulanık amaç katsayılı doğrusal programlama. Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, cilt 14, sayı 1, sayfa 27-36

Küçükkoç, İ. (2019). Doğrusal programlamada karışım problemleri. Ders Notları. (elde edilme tarihi: Aralık 2019). http://w3.balikesir.edu.tr/~ikucukkoc/dokumanlar/mixture.pdf

Liang, T.F. (2006). Project management decisions using fuzzy linear programming, International Journal of Systems Science, 37:15, 1141-1152, DOI:10.1080/00207720601014396

Molina, M.G. (2018). Product mix optimization at minimum supply cost of an online clothing store using linear programming.

International Journal of Apllied Mathematics Electronics and Computers, 6(3), sayfa 33-38

Najafi, H.S. Edalatpanah, S.A. Dutta, H. (2016). A nonlinear model for fully fuzzy linear programming with fully unrestricted variables and parameters. Alexandria University Alexandria Engineering Journal, 55, page 2589-2595

Perez-Canedo, B. Concepcion-Morales, E.R. (2019). On LR-type fully intuitionistic fuzzy linear programming with inequality constraints: Solutions with unique optimal values. Expert Systems With Applications, 128, page 246-255

Raju, K.S. Kumar, N. (2000). Irrigation Planning Of Sri Ram Sagar Project Using Multi Objective Fuzzy Linear Programming. ISH Journal of Hydraulic Engineering, 6:1, 55-63, DOI: 10.1080/09715010.2000.10514665

Ren, A. Wang, Y. Xue, X. (2016). Interactive programming approach for solving the fully fuzzy bilevel linear programming problem. Knowledge-Based Systems, 99, page 103-111

Santander, O. Betts, C.L. Archer, E.E. Baldea, M. (2019). On the interaction and integration of production planning and (advanced) process control. Computers and Chemical Engineering, 133

Siemon, M. Schiffer, M. Walther, G. (2020). Integrated purchasing and production planning for a non-ferrous metal production network. Omega, Article in press, (elde edilme tarihi: Aralık 2019)

Srinivasan, R. (2020). On solving fuzzy linear fractional programming in material aspects. Materials Today: Proceedings. Article in Press (elde edilme tarihi: Aralık 2019)

Su, C-T. Lin C-T. (1999). Voltage/reactıve power control via fuzzy linear programming approach. Cybernetics & Systems, 30:3, 213-226, DOI: 10.1080/019697299125253

Tuş, A. (2006). Bulanık doğrusal programlama ve bir üretim planlamasında uygulama örneği. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı. Denizli

Türkay, M. (2019). Optimizasyon modelleri ve çözüm yolları. Ders Notları. (elde edilme tarihi: Aralık 2019). http://home.ku.edu.tr/~mturkay/indr501/Optimizasyon.pdf

Uluçam, V. (2010). Aggregate production planning model based on mixed integer linear programming. Öneri, Cilt 9, Sayı 34, Temmuz, sayfa 195-201

Ural, G.F. (2006), Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemi Kullanılarak Bir Sanayi Kuruluşunda Üretim Planlama Çalışmasının Gerçekleştirilmesi. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Kocaeli Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bölümü, Kocaeli

Vasant, P. Nagarajan, R. Yaacob, S. (2005). Fuzzy linear programming with vague objective coefficients in an uncertain environment.

Journal of the Operational Research Society, 56:5, 597-603, DOI: 10.1057/palgrave.jors.2601855

Xue, G. Offodile, O.F. (2020). Integrated optimization of dynamic cell formation and hierarchical production planning problems. Computers & Industrial Engineering, 139

Yaghin, G. R. (2019) Enhancing supply chain production-marketing planning with geometric multivariate demand function (a case study of textile industry), Computers & Industrial Engineering, doi: https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106220

Yalçın Seçme, N. (2005). Klasik Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlamanın Karşılaştırılmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi). Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Kayseri

Yalgın, A.O. (1984). Doğrusal Programlama ve Madenciliğe İlişkin iki basit örnek. Madencilik, Eylül, Cilt XXIII, Sayı, 3

Yenilmez, K. (2001). Bulanık doğrusal programlama problemleri için yeni çözüm yaklaşımları ve duyarlılık analizi. (Basılmamış Doktora Tezi). Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, Uygulamalı Matematik Dalı, Eskişehir

Zou, R. Lung, W.S. Guo, H.C. Huang, G. (2000). An independent variable controlled grey fuzzy linear programming approach for waste flow allocation planning. Engineering Optimization, 33:1, 87-111, DOI:10.1080/03052150008940912

İKSAD
Publishing House

978-625-7954-12-9